CORRESPONDANCE

SUR

L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE;

Rédigée par M. HACHETTE.

N°. 9. *Janvier* 1808.

§. I. GEOMETRIE ANALYTIQUE.

De la ligne droite et du plan, rapportés à des coordonnées obliques, par M. FRANÇAIS, *capitaine au corps impérial du génie.*

I. Les équations de la ligne droite et du plan, rapportés à des coordonnées obliques, sont évidemment de la même forme que celles rapportées à des coordonnées rectangulaires; mais les coefficiens des variables ont nécessairement d'autres significations, et ont entre eux des relations qui dépendent des angles que les coordonnées obliques font entre elles. Les équations de condition pour que deux droites, ou deux plans, ou une droite et un plan fassent entre eux des angles donnés, dépendent aussi des angles des coordonnées, et diffèrent par conséquent de celles qu'on a dans un système de coordonnées rectangulaires. Nous nous proposons de faire voir en quoi consistent ces différences.

Nous nous servirons des mêmes notations que dans le Mémoire sur la transformation des coordonnées. (*Voyez le* 14e. *cahier du Journal de l'Ecole Polytechnique*, *page* 182.) Pour indiquer l'angle formé par deux axes, on écrit ces deux axes entre parenthèses, en les séparant par une virgule; sin (x, y') indique le sinus de l'angle formé par l'axe des x avec celui des y'; $(xy; x'z')$ est l'angle formé par le plan des xy avec celui des $x'z'$; (z', xz) indique l'angle formé par l'axe des z' avec le plan des xz.

Soit (fig. 1) $AXZ'YX'ZY'M$ (1) le parallélipipède formé par les trois plans coordonnés et les trois plans projettans, qui déterminent le point M,

$$AX=x,\ AY=y,\ AZ=z,\ AM=\varrho;$$

on aura

$$(1)\quad \varrho^2=x^2+y^2+z^2+2xy\cos(x,y)+2xz\cos(x,z)+2yz\cos(y,z).$$

Soit de plus

$$(2)\qquad x=a\varrho,\ y=b\varrho,\ z=c\varrho;$$

ce qui donne

$$(3)\quad \varrho=\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c},\ \text{ou}\ cx=az,\ cy=bz,$$

qui sont les équations des projections de la droite AM.

En substituant les valeurs (2) dans l'équation (1), on trouve entre les coëfficiens a, b, c, la relation suivante :

$$(4)\quad 1=a^2+b^2+c^2+2ab\cos(x,y)+2ac\cos(x,z)+2bc\cos(y,z).$$

En abaissant des points X et Y' des perpendiculaires sur AM, on voit que cette ligne est composée de trois parties $x\cos(\varrho,x)$, $y\cos(\varrho,y)$, $z\cos(\varrho,z)$; ce qui donne

$$(5)\quad \varrho=x\cos(\varrho,x)+y\cos(\varrho,y)+z\cos(\varrho,z);$$

en substituant dans cette équation les valeurs (2), on obtient entre a, b, c, la relation

$$(6)\quad 1=a\cos(\varrho,x)+b\cos(\varrho,y)+c\cos(\varrho,z).$$

Cette équation devant être identique avec l'équation (4), on trouve

$$(7)\quad \begin{aligned}\cos(\varrho,x)&=a+b\cos(x,y)+c\cos(x,z),\\ \cos(\varrho,y)&=b+c\cos(y,z)+a\cos(x,y),\\ \cos(\varrho,z)&=c+a\cos(x,z)+b\cos(y,z);\end{aligned}$$

d'un autre côté, la seule inspection de la figure, fait voir qu'on a

---

(1) Le lecteur fera facilement cette figure en perspective ; il tracera un parallélogramme $AZ'Y$, et il marquera des lettres Z, Y', M, X' les extrémités des arêtes égales partant des points A, X, Z', Y.

$$(8)\quad a=\frac{\sin(\varrho,yz)}{\sin(x,yz)},\quad b=\frac{\sin(\varrho,xz)}{\sin(y,xz)},\quad c=\frac{\sin(\varrho,xy)}{\sin(z,xz)};$$

valeurs, qui étant substituées dans les équations (7), (4) et (6), fournissent entre les différens angles du système des coordonnées et de la droite AM les relations suivantes :

$$(9)\quad \begin{cases} \cos(\varrho,x)=\dfrac{\sin(\varrho,yz)}{\sin(x,yz)}+\cos(x,y)\dfrac{\sin(\varrho,xz)}{\sin(y,xz)}+\cos(x,z)\dfrac{\sin(\varrho,xy)}{\sin(z,xy)}, \\ \cos(\varrho,y)=\dfrac{\sin(\varrho,xz)}{\sin(y,xz)}+\cos(y,z)\dfrac{\sin(x,xy)}{\sin(z,xy)}+\cos(x,y)\dfrac{\sin(\varrho,yz)}{\sin(x,yz)}, \\ \cos(\varrho,z)=\dfrac{\sin(\varrho,xy)}{\sin(z,xy)}+\cos(x,z)\dfrac{\sin(\varrho,yz)}{\sin(x,yz)}+\cos(y,z)\dfrac{\sin(\varrho,xz)}{\sin(y,xz)}; \\ 1=\dfrac{\sin^2(\varrho,yz)}{\sin^2(x,yz)}+\dfrac{\sin^2(\varrho,xz)}{\sin^2(y,xz)}+\dfrac{\sin^2(\varrho,xy)}{\sin^2(z,xy)} \\ \quad+2\cos(x,y)\dfrac{\sin(\varrho,yz)\sin(\varrho,xz)}{\sin(x,yz)\sin(y,xz)}+2\cos(x,z)\dfrac{\sin(\varrho,yz)\sin(\varrho,xy)}{\sin(x,yz)\sin(z,xy)} \\ \quad+2\cos(y,z)\dfrac{\sin(\varrho,xz)\sin(\varrho,xy)}{\sin(y,xz)\sin(z,xy)}; \\ 1=\cos(\varrho,x)\dfrac{\sin(\varrho,yz)}{\sin(x,yz)}+\cos(\varrho,y)\dfrac{\sin(\varrho,xz)}{\sin(y,xz)}+\cos(\varrho,z)\dfrac{\sin(\varrho,xy)}{\sin(z,xy)}. \end{cases}$$

Il est bon d'observer que le procédé que nous avons employé pour parvenir aux équations (3) de la ligne droite passant par l'origine, nous a fourni les expressions les plus simples; mais elles ne se présentent pas toujours sous cette forme. Chacun des coefficiens a, b, c pourroit être multiplié par un facteur constant; par exemple, si on avoit $l=ka$, $m=kb$, $u=kc$, les équations (3) pourroient être remplacées par

$$nx=lz,\quad ny=mz;$$

mais alors l'équation (4) deviendroit

$$(10)\quad k^2=l^2+m^2+n^2+2lm\cos(x,y)+2ln\cos(x,z)+2mn\cos(y,z),$$

et il faudroit remplacer dans nos formules, a par $\frac{l}{k}$, b par $\frac{m}{k}$, et c par $\frac{n}{k}$.

Soient maintenant les équations d'une seconde droite passant par l'origine

$$(11) \qquad \varrho' = \frac{x}{a'} = \frac{y}{b'} = \frac{z}{c'},$$

on aura entre les coefficiens a', b', c' des relations analogues à celles que nous avons trouvées entre a, b, c.

Proposons-nous de chercher l'expression de l'angle que ces deux droites font entre elles. Représentons par x', y', z' les coordonnées de l'extrémité de ϱ, et par x'', y'', z'' celles de l'extrémité de ϱ'; on aura pour le carré de la droite qui joint ces deux points

$$(12) \quad \varrho^2+\varrho'^2-2\varrho\varrho'\cos(\varrho,\varrho') = (x'-x'')^2+(y'-y'')^2+(z'-z'')^2 \\ +2(x'-x'')(y'-y'')\cos(x,y)+2(x'-x'')(z'-z'')\cos(x,z) \\ +2(y'-y'')(z'-z'')\cos(y,z);$$

en substituant dans le second membre de cette équation pour x', y', z', x'', y'', z'' leurs valeurs en ϱ et ϱ', elle devient, en vertu de l'équation (4) et de son analogue en a', b', c',

$$\varrho^2+\varrho'^2-2\varrho\varrho'\cos(\varrho,\varrho') = \varrho^2+\varrho'^2-2\varrho\varrho'\{aa'+bb'+cc' \\ +\cos(x,y)(ab'+a'b)+\cos(x,z)(ac'+a'c)+\cos(y,z)(bc'+b'c)\};$$

d'où l'on tire

$$(13) \quad \cos(\varrho,\varrho') = aa'+bb'+cc'+\cos(x,y)(ab'+a'b) \\ +\cos(x,z)(ac'+a'c)+\cos(y,z)(bc'+b'c),$$

ou bien, en vertu des équations (7), et de leurs analogues en a', b', c'

$$(14) \quad \cos(\varrho,\varrho') = a'\cos(\varrho,x)+b'\cos(\varrho,y)+c'\cos(\varrho,z) \\ = a\cos(\varrho',x)+b\cos(\varrho',y)+c\cos(\varrho',z).$$

Si les équations de ces deux droites avoient été données par les deux systèmes suivans :

$$nx = lz,\ ny = mz;\quad n'x = l'z,\ n'y = m'z;$$

les équations (13) et (14) seroient devenues

$$(15)\quad \begin{cases} \cos(\varrho,\varrho') = \frac{1}{kk'}\{ll' + mm' + nn' + \cos(x,y)(lm'+l'm) \\ \qquad + \cos(x,z)(ln'+l'n) + \cos(y,z)(mn'+m'n)\}, \\ \cos(\varrho,\varrho') = \frac{1}{k'}\{l'\cos(\varrho,x) + m'\cos(\varrho,y) + n'\cos(\varrho,z)\} \\ \qquad = \frac{1}{k}\{l\cos(\varrho',x) + m\cos(\varrho',y) + n\cos(\varrho',z)\}; \end{cases}$$

où k' est composé en l', m', n', comme k l'est en l, m, n.

En égalant à zéro les valeurs (13), (14) ou (15), on a les équations de condition qui expriment que les droites ϱ et ϱ' sont perpendiculaires entre elles.

La quantité ϱ est évidemment la distance à l'origine d'un plan passant par le point M, et perpendiculaire à la droite AM; l'équation (5) est donc celle de ce plan; en faisant $\cos(\varrho,x) = A$. $\cos(\varrho,y) = B$, $\cos(\varrho,z) = C$, elle devient

$$(16)\qquad Ax + By + Cz = \varrho;$$

l'équation (6) devient par cette substitution

$$(17)\qquad Aa + Bb + Cc = 1,$$

et exprime la relation qui doit exister entre les coefficiens a, b, c, A, B, C, pour que le plan (16) soit perpendiculaire à la droite (3). En faisant la même substitution dans les équations (7), on obtient

$$(18)\quad \begin{aligned} A &= a + b\cos(x,y) + c\cos(x,z), \\ B &= b + c\cos(y,z) + a\cos(x,y), \\ C &= c + a\cos(x,z) + b\cos(y,z); \end{aligned}$$

équations qui déterminent les coëfficiens du plan perpendiculaire à la droite (3), par ceux de cette droite. Pour résoudre la question inverse, il faut tirer les valeurs de a, b, c des trois équations précédentes : elles fournissent, au moyen de l'équation connue

$$\cos(x,y) = \cos(x,z)\cos(y,z) + \sin(x,z)\sin(y,z)\cos(xz,yz),$$

les valeurs suivantes :

$$(19)\quad \begin{cases} a = \sin(y,z)\{A\sin(yz) - B\sin(x,z)\cos(xz,yz) \\ \qquad\qquad - C\sin(x,y)\cos(xy,yz)\} : F^2, \\ b = \sin(x,z)\{B\sin(x,z) - C\sin(x,y)\cos(xy,xz) \\ \qquad\qquad - A\sin(y,z)\cos(xz,yz)\} : F^2, \\ c = \sin(x,y)\{C\sin(x,y) - A\sin(y,z)\cos(xy,yz) \\ \qquad\qquad - B\sin(x,z)\cos(xy,xz)\} : F^2; \end{cases}$$

où l'on a

$$F^2 = 1 - \cos^2(x,y) - \cos^2(x,z) - \cos^2(y,z) + 2\cos(x,y)\cos(x,z)\cos(y,z).$$

la quantité F est la même que celle que nous avons désignée par cette lettre dans le Mémoire sur la transformation des coordonnées; elle exprime le volume du parallélipipède de la figure, lorsqu'on a $x = 1$, $y = 1$, $z = 1$.

En substituant les valeurs (19) dans l'équation (17), on obtient entre A, B, C, et les angles des coordonnées, la relation suivante:

$$(20)\quad \left.\begin{array}{l} A^2\sin^2(y,z) + B^2\sin^2(x,z) + C^2\sin^2(x,y) \\ \quad - 2AB\sin(y,z)\sin(x,z)\cos(xz,yz) \\ \quad - 2AC\sin(y,z)\sin(x,y)\cos(xy,yz) \\ \quad - 2BC\sin(x,z)\sin(x,y)\cos(xy,xz) \end{array}\right\} = F^2.$$

En observant qu'on a [Mémoire sur la transformation des coordonnées, équations (35)]

$$F = \sin(x,y)\sin(z,xy) = \sin(x,z)\sin(y,xz) = \sin(y,z)\sin(x,yz),$$

les équations (19) et (20) peuvent être mises sous la forme

$$(21)\quad \begin{cases} a = A:\sin^2(x,yz) - B\cos(xz,yz):\sin(x,yz)\sin(y,xz) \\ \qquad\qquad - C\cos(xy,yz):\sin(x,yz)\sin(z,xy), \\ b = B:\sin^2(y,xz) - C\cos(xy,xz):\sin(y,xz)\sin(z,xy) \\ \qquad\qquad - A\cos(xz,yz):\sin(y,xz)\sin(x,yz), \\ c = C:\sin^2(z,xy) - A\cos(xy,yz):\sin(z,xy)\sin(x,yz) \\ \qquad\qquad - B\cos(xy,xz):\sin(z,xy)\sin(y,xz); \end{cases}$$

$$(22)\quad \left\{\begin{array}{l} A^2 : \sin^2(x, yz) + B^2 : \sin(y, xz) + C^2 : \sin(z, xy) \\ \quad -2AB\cos(xz, yz) : \sin(x, yz)\sin(y, xz) \\ \quad -2AC\cos(xy, yz) : \sin(x, yz)\sin(z, xy) \\ \quad -2BC\cos(xy, xz) : \sin(y, xz)\sin(z, xy) \end{array}\right\} = 1 ;$$

Au moyen de ces équations on détermine les coefficiens d'une droite perpendiculaire à un plan, par les coefficiens de ce plan. En y substituant pour a, b, c, A, B, C leurs valeurs, on obtient les relations suivantes, qui complettent celles des équations (9)

$$(23)\quad \left\{\begin{array}{l} \sin(\rho, yz) = \dfrac{\cos(\rho, x)}{\sin(x, yz)} - \cos(xz, yz)\dfrac{\cos(\rho, y)}{\sin(y, xz)} \\ \qquad\qquad - \cos(xy, yz)\dfrac{\cos(\rho, z)}{\sin(z, xy)} , \\ \sin(\rho, xz) = \dfrac{\cos(\rho, y)}{\sin(y, xz)} - \cos(xy, xz)\dfrac{\cos(\rho, z)}{\sin(z, xy)} \\ \qquad\qquad - \cos(xz, yz)\dfrac{\cos(\rho, x)}{\sin(x, yz)} , \\ \sin(\rho, xy) = \dfrac{\cos(\rho, z)}{\sin(z, xy)} - \cos(xy, yz)\dfrac{\cos(\rho, x)}{\sin(x, yz)} \\ \qquad\qquad - \cos(xy, xz)\dfrac{\cos(\rho, y)}{\sin(y, xz)} ; \end{array}\right.$$

$$(24)\quad \left\{\begin{array}{l} 1 = \dfrac{\cos^2(\rho, x)}{\sin^2(x, yz)} + \dfrac{\cos^2(\rho, y)}{\sin^2(y, xz)} + \dfrac{\cos^2(\rho, z)}{\sin^2(z, xy)} \\ -2\cos(xz, yz)\dfrac{\cos(\rho, x)\cos(\rho, y)}{\sin(x, yz)\sin(y, xz)} - 2\cos(xy, yz)\dfrac{\cos(\rho, x)\cos(\rho, z)}{\sin(x, yz)\sin(z, xy)} \\ -2\cos(xy, xz)\dfrac{\cos(\rho, y)\cos(\rho, z)}{\sin(y, xz)\sin(z, xy)} . \end{array}\right.$$

L'équation (16) d'un plan, passant à la distance ρ de l'origine, est aussi sous la forme la plus simple : chacun de ses coefficiens pourroit être multiplié par un facteur constant K. Supposons que par cette multiplication ils deviennent L, M, N, R; l'équation (22) se changera en

$$(25)\quad \begin{cases} L^2 : \sin^2(x,yz) + M^2 : \sin(y,xz) + N^2 : \sin^2(z,xy) \\ \quad - 2LM\cos(xz,yz) : \sin(x,yz)\sin(y,xz) \\ \quad - 2LN\cos(xy,yz) : \sin(x,yz)\sin(z,xy) \\ \quad - 2MN\cos(xy,xz) : \sin(y,xz)\sin(z,xy) = K^2; \end{cases}$$

et il faudra mettre dans nos formules $\frac{L}{K}$, $\frac{M}{K}$, $\frac{N}{K}$, $\frac{K}{R}$, à la place de A, B, C, ρ; K étant déterminé par l'équation précédente.

Soit actuellement

$$(26)\qquad A'x + B'y + C'z = \rho'$$

l'équation d'un plan perpendiculaire à la droite (11), et passant par l'extrémité de ρ', on aura $A' = \cos(\rho', x)$, $B' = \cos(\rho', y)$, $C' = \cos(\rho', z)$; et les relations entre A', B', C', a', b', c' seront les mêmes que celles que nous venons de trouver entre A, B, C, a, b, c.

Cherchons l'expression des angles que ce plan fait avec la droite (3) et avec le plan (16). Il est évident que le premier de ces angles est le complément de celui formé par les droites (5) et (11), et que le second en est le supplément : Les équations (14) fourniront donc pour le sinus de l'angle que le plan (26) fait avec la droite (3) la valeur suivante :

$$(27)\qquad aA' + bB' + cC';$$

dont le sinus de l'angle formé par une droite et un plan quelconques, représentés par les équations

$$(28)\qquad nx = lz,\ ny = mz; \qquad Lx + My + Nz = R,$$

sera

$$(29)\qquad \frac{lL + mM + nN}{Kk},$$

K et k étant donnés par les équations (10) et (25).

L'expression (27), prise négativement, sera le cosinus de l'angle formé par les plans (16) et (26) : en y mettant pour a, b, c leurs valeurs (21), ce cosinus deviendra

$$(30) \quad -\{AA' : \sin^2(x,yz) + BB' : \sin^2(y,xz) + CC' : \sin^2(z,xy)$$
$$-\cos(xz,yz)\,(AB' + A'B) : \sin(x,yz)\sin(y,xz)$$
$$-\cos(xy,yz)\,(AC' + A'C) : \sin(x,yz)\sin(z,xy)$$
$$-\cos(xy,yz)\,(BC' + B'C) : \sin(y,xz)\sin(z,xy)\}.$$

Lorsque les deux plans sont quelconques et representés par les équations

$$Lx + My + Nz = R, \qquad L'x + M'y + N'z = R',$$

il faudra substituer dans l'expression (30) $\frac{L}{K}$, $\frac{M}{K}$, $\frac{N}{K}$, $\frac{L'}{K'}$, $\frac{M'}{K'}$, $\frac{N'}{K'}$ à la place de A, B, C, A', B', C'; K et K' étant déterminés par l'équation (25) et par son analogue en L', M', N'.

En égalant à l'unité les formules (27) et (29), et à zéro la formule (30), on a les conditions pour qu'une droite soit perpendiculaire à un plan, et pour que deux plans soient perpendiculaires entre eux.

Faisons à présent le rapprochement de nos formules avec celles qui ont lieu dans un système de coordonnées rectangulaires. Il pourra leur servir, en quelque sorte, de vérification.

En supposant les coordonnées rectangulaires, notre formule (1), qui exprime la distance d'un point quelconque à l'origine, devient

$$(31) \qquad \rho^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

qui coïncide avec l'expression connue de cette distance. Les équations (7) et (8), deviennent dans le même cas

$$(32) \quad a = \cos(\rho,x) = \sin(\rho,yz), \quad b = \cos(\rho,y) = \sin(\rho,xz), \quad c = \cos(\rho,z) = \sin(\rho,xy);$$

ce qui transforme les équations (4) et (6) en

$$(33) \quad 1 = a^2 + b^2 + c^2 = \cos^2(\rho,x) + \cos^2(\rho,y) + \cos^2(\rho,z)$$
$$= \sin^2(\rho,yz) + \sin^2(\rho,xz) + \sin^2(\rho,xy),$$

résultats entièrement conformes aux relations qui existent entre les coefficiens de la ligne droite, rapportée à un système rectangulaire.

Mais c'est sur-tout le système des équations (9), (23) et (24) qui

caractérise la différence qui existe entre les coordonnées rectangulaires et les coordonnées obliques, en établissant les relations qui ont eu lieu entre les angles formés par une droite ρ avec les axes et les plans coordonnées. Toutes ces relations rentrent dans les équations (32) et (33), en supposant le système rectangulaire.

Les équations (13), (14), (15), et les valeurs (27), (29) et (30), qui déterminent les angles formés par deux droites, par une droite et un plan, et par deux plans, rentrent aussi dans les formules connues, en faisant la même supposition.

Les équations (19) et (20) font voir, comment les coefficiens a, b, c, A, B, C dépendent du volume, ou de l'angle trièdre formé par les plans coordonnés : elles se vérifient aussi dans la supposition d'un système de coordonnées rectangulaires.

N. B. Nous n'avons donné que les équations des droites passant par l'origine, parce que celles des droites, qui leur seroient parallèles, se déterminent de la même manière que dans un système de coordonnées rectangulaires, et que nous ne nous sommes proposé de faire voir que la différence des relations qui existent entre les coefficiens d'un système oblique, et entre ceux d'un système rectangulaire.

22 septembre 1807.

Application de ce qui précède à la solution du problème de M. Hachette (*Corresp. sur l'Ecole Polytec. pag.* 319).

II. Etant donnée une pyramide triangulaire, on propose de la couper par un plan en deux parties équivalentes en volume, de telle manière que l'aire de la section plane, qui sépare les deux parties, soit un *minimum*?

J'emploierai à la solution de ce problème les coordonnées obliques, et je citerai à cet effet les équations de mon Mémoire sur la ligne droite et le plan rapportés à ce genre de coordonnées, en les indiquant par les mêmes numéros.

Soient

$$x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ Ax + By + Cz = \rho,$$

les équations des quatre plans formant la pyramide, et V son volume, on aura $V = \frac{\rho^3 F}{6ABC}$, F ayant la même valeur que dans le Mémoire susdit, pag. 342.

Soit de plus

$$A'x + B'y + C'z = \rho'$$

l'équation du plan coupant; ce plan formera avec les plans coordonnés une seconde pyramide, dont le volume V' doit être la moitié de V, on aura donc

$$V' = \tfrac{1}{2} V, \text{ ce qui donne } \frac{\rho'^3}{A'B'C'} = \tfrac{1}{2} \frac{\rho^3}{ABC},$$

ou

$$\rho'^3 = \frac{3V}{F} \cdot A'B'C'.$$

Il est évident que l'aire S du plan coupant est égale à $\frac{3V'}{\rho'}$, ce qui donne

$$S = \frac{3V'}{\rho'} = \tfrac{3}{2} \frac{V}{\rho'};$$

quantité qui doit être un *minimum*; or la quantité V étant constante, ρ' devra être un *maximum*. Mais ρ' étant égal à $\sqrt{A'B'C'}$, multipliée par une constante, le produit $A'B'C'$ sera aussi un *maximum*. On a de plus entre les coefficiens A', B', C' la relation

$$(20)\quad \left\{\begin{array}{l} A'^2 \sin^2(y,z) + B'^2 \sin^2(x,z) + C'^2 \sin^2(x,y) \\ \quad - 2A'B' \sin(y,z) \sin(x,z) \cos(yz, xz) \\ \quad - 2A'C' \sin(y,z) \sin(x,y) \cos(yz, xy) \\ \quad - 2B'C' \sin(x,z) \sin(x,y) \cos(xz, xy) \end{array}\right\} = F^2.$$

Donc les conditions du *minimum* demandé se réduisent à

$$(a)\quad d.(A'B'C') + kd \cdot F^2 = 0,$$

la valeur de F étant donnée par l'équation (20). En effectuant les différentiations indiquées par rapport à A', B', C', égalant séparément à zéro les coefficiens de dA', dB', dC', et éliminant k, on obtient deux équations, qui étant combinées avec l'équation (20) fournissent les suivantes :

$$(b)\quad \left\{\begin{array}{l} A' \cdot \sin(y,z)\{A' \sin(y,z) - B' \sin(x,z) \cos(xz, yz) \\ \qquad - C' \sin(x,y) \cos(xy, yz)\} : F^2 = \tfrac{1}{3}, \\ B' \cdot \sin(x,z)\{B' \sin(x,z) - C' \sin(x,y) \cos(xy, xz) \\ \qquad - A' \sin(y,z) \cos(xz, yz)\} : F^2 = \tfrac{1}{3}, \\ C' \cdot \sin(x,y)\{C' \sin(x,y) - A' \sin(y,z) \cos(xy, yz) \\ \qquad - B' \sin(x,z) \cos(xy, xz)\} : F^2 = \tfrac{1}{3}, \end{array}\right.$$

on tirant de ces trois équations les valeurs de A', B', C', on pourroit déterminer la direction de la droite ρ', et en les substituant dans l'equation $\rho'^3 = \frac{3V}{F} . A'B'C'$, on obtiendroit la longueur de cette droite. Menant ensuite un plan perpendiculaire à cette droite, et passant par son extrémité, le problème seroit résolu. Mais nous allons y parvenir d'une manière plus simple, et qui jettera plus de jour sur sa solution.

En substituant dans les équations (b) à la place des coefficiens de A', B', C' leurs valeurs (19), elles deviennent

$$(c) \qquad A'a' = \tfrac{1}{3}, \quad B'b' = \tfrac{1}{3}, \quad C'c' = \tfrac{1}{3};$$

a', b', c' étant les coefficiens des équations de la droite ρ', perpendiculaire au plan cherché. On voit donc d'abord que, dans ce cas, l'équation $A'a' + B'b' + C'c' = 1$, qui exprime que la droite ρ' est perpendiculaire au plan cherché, se partage en trois parties égales. Substituons maintenant dans les équations (c) pour A', B', C', a', b', c' leurs valeurs $\cos(\rho', x)$, $\cos(\rho', y)$, $\cos(\rho', z)$, $\frac{\sin(\rho', yz)}{\sin(x, yz)}$, $\frac{\sin(\rho', xz)}{\sin(y, xz)}$, $\frac{\sin(\rho', xy)}{\sin(z, xy)}$; elles deviendront

$$(d) \qquad \frac{\cos(\rho', x)\sin(\rho', yz)}{\sin(xyz)} = \tfrac{1}{3}, \quad \frac{\cos(\rho', y)\sin(\rho', xz)}{\sin(y, xz)} = \tfrac{1}{3},$$

$$\frac{\cos(\rho', z)\sin(\rho', xy)}{\sin(z, xy)} = \tfrac{1}{3}.$$

En prenant sur les axes des coordonnées, formant les arêtes de l'angle trièdre constant de notre pyramide, trois longueurs égales à l'unité, pour former une pyramide inscriptible dans la sphère, ayant son sommet au centre, le sextuple du volume de cette pyramide sera exprimé par

$$(e) \quad F = \sin(x, yz)\sin(y, z) = \sin(y, xz)\sin(x, z) = \sin(z, xy)\sin(x, y).$$

Si ensuite du sommet de cette pyramide on abaisse une perpendiculaire ρ' sur la base, cette perpendiculaire, combinée avec les trois arêtes, formera trois nouvelles pyramides dont les arêtes seront ρ', x, y; ρ', x, z; ρ', y, z. Représentons le sextuple du volume de chacune de ces pyramides par φ, φ', φ'', on aura

$$\varphi = \cos(\rho', z)\sin(\rho', xy)\sin(x, y), \quad \varphi' = \cos(\rho', y)\sin(\rho', xz)\sin(x, z),$$
$$\varphi'' = \cos(\rho', x)\sin(\rho', yz)\sin(y, z);$$

En divisant ces équations par les équations (*e*) on obtient les premiers membres des équations (*d*), qui peuvent, par conséquent, se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{\phi}{F}=\frac{1}{3},\ \frac{\phi'}{F}=\frac{1}{3},\ \frac{\phi''}{F}=\frac{1}{3};\ \text{ou bien } \phi=\frac{1}{3}F,\ \phi'=\frac{1}{3}F,\ \phi''=\frac{1}{3}F.$$

Donc les équations (*d*) expriment que la droite ρ' doit partager l'angle trièdre de la pyramide en trois parties égales. Mais dans ce cas, on a $\cos(\rho' x)=\cos(\rho, y)=\cos(\rho, z)$; donc $A'=B'=C'$.

Or $\frac{\rho'}{A'}$, $\frac{\rho'}{B'}$, $\frac{\rho'}{C'}$ étant les longueurs des trois arêtes de la pyramide cherchée, il s'ensuit qu'elles sont égales, et que leur valeur commune est égale à $\frac{\rho}{\sqrt[3]{(\frac{1}{2}ABC)}}$, ou en représentant par l, m, n les trois arêtes de la pyramide proposée égale à $\sqrt[3]{2lmn}$.

Les raisonnemens que nous venons de faire, en prenant pour origine des coordonnées le sommet d'un des angles trièdres de la pyramide proposée, pourroient se faire aussi, en prenant pour origine l'un quelconque des trois autres sommets. Le problême est donc généralement susceptible de quatre *minima* relatifs ; mais on obtiendra le *minimum* absolu, en prenant pour origine le sommet du plus petit angle trièdre, parce que dans ce cas la droite ρ' devient un *maximum* absolu, comme il est aisé de s'en convaincre par notre analyse.

Lettre de M. Servois (1), *professeur de mathématiques à l'Ecole régimentaire d'artillerie, à M. Hachette.*

Metz, 27 juillet 1807.

Dans le N°. 8 de votre *Correspondance* etc., recueil qui présente tous les jours un nouvel intérêt aux amis des sciences exactes et du plus bel établissement que le gouvernement leur ait consacré ; vous avez proposé deux problêmes de *Minima* : M. Ensheim m'en a communiqué des solutions que je me permets de vous adresser. Voici de quoi il s'agit :

---

(1) Auteur d'un ouvrage fort intéressant, publié sous le titre.... *Solutions peu connues de différens problêmes de géométrie pratique.* An 12.

1°. Soient p, q, r les côtés d'un triangle, dont l'angle A compris entre les côtés p, q, et l'aire sont constans ; on aura la relation $r^2 = p^2 + q^2 - 2pq \cos A$, dans laquelle, parce que l'aire $\frac{(p \sin A)}{2}$ et l'angle A sont constans, le terme $2pq \cos A$ est constant. Ainsi le côté r sera le plus petit possible quand (p^2+q^2), et par conséquent $(p+q)$ sera un *minimum* ; mais on sait que le produit (pq) de deux variables étant constant, leur somme $(p+q)$ est un *minimum*, quand $p = q$. Cela posé, dans le triangle ABC, dont les côtés opposés aux angles A, B, C sont a, b, c, si on mène une droite r qui détache un triangle pqr comprenant l'angle A, et dont l'aire, équivalente à la moitié de celle du triangle ABC, soit exprimée par $\frac{bc \sin A}{2}$; si de plus on suppose que la droite r soit la plus petite de celles opposées à l'angle A qu'on puisse mener sous la même condition, il faudra qu'on ait $p=q$; alors on aura $r = 2p \sin \frac{1}{2} A = \sin \frac{1}{2} A \sqrt{2bc}$ pour la valeur du *minimum* opposé à l'angle A. Par la même raison, les valeurs des *minima* opposés aux angles B et C, seront respectivement $\sin \frac{1}{2} B \sqrt{2ac}$, $\sin \frac{1}{2} C \sqrt{2ab}$, et le plus petit de ces trois *minima* résoudra le problème proposé concernant le triangle.

En désignant par s le demi-périmètre du triangle, les expressions de *minima* deviendront

$$\sqrt{2(s-b).(s-c)}\,; \quad \sqrt{2(s-a).(s-c)}\,; \quad \sqrt{2(s-a).(s-b)}\,;$$

et si on suppose $a < b < c$, il est évident que le *minimum minimorum* sera $\sqrt{2(s-b).(s-c)}$. Cependant le *minimum* absolu est assujetti à la condition de couper les côtés b, c entre le sommet A et le côté opposé, c'est-à-dire qu'il faudra qu'on ait $c < 2b$ et $b < 2c$.

2°. Soient représentées par M, N, P, les faces et par Q la base d'un tétraèdre ; par p, q les arêtes ascendantes de la face M, comprenant entre elles l'angle a ; par p, r, celles de la face N, comprenant l'angle b ; par q, r celles de la face p, comprenant entre elles l'angle c ; enfin par, A, B, C les angles dièdres des faces entre elles, angles respectivement opposés aux faces M, N, P. On sait (géométrie de position n°. 262 de Carnot) qu'on a la relation

$$Q^2 = M^2 + N^2 + P^2 - 2MN \cos C - 2MP \cos B - 2NP \cos A.$$

D'ailleurs on a

$$M=\frac{pq\sin a}{2};\quad N=\frac{pr\sin b}{2};\quad P=\frac{qr\sin c}{2}.$$

ainsi on aura, toute réduction faite, l'équation

(1) $$(=p^2q^2\sin^2 a+p^2r^2\sin^2 b+q^2r^2\sin^2 c-2pqr\times$$
$$\{p(\cos a-\cos a\cos b)+q(\cos b-\cos a\cos c)+r(\cos a-\cos b\cos c)\}$$

Supposons les angles a, b, c et le volume du tétraèdre constant, ce dernier est exprimé par $\frac{pqrf}{6}$, f étant une fonction connue des angles a, b, c (Lagrange, 6e. cahier de l'Ecole); ainsi $pqr=k$ est une quantité constante. Je mets dans (1) pour r sa valeur $\frac{k}{pq}$, et j'ai une transformée dont j'égale à zéro les différentielles prises successivement par rapport à p et à q; ce qui donne pour déterminer p et q deux équations de cette forme

(2) $$\alpha p^3q^4-\zeta k^2p+\gamma k^2q-k\delta pq^3=0$$
(3) $$\alpha p^4q^3-\epsilon k^2q+\gamma k^2p-\theta kp^3q=0$$

d'où il seroit difficile de conclure, par les procédés ordinaires d'élimination, les valeurs de p et de q; mais en faisant $p=qt$ dans les équations (2), (3), elles prennent la forme

(4) $$q^6+Aq^3+B=0.$$

de l'une et de l'autre on tire des valeurs de q qui étant égalées, donnent, réduction faite, l'équation du 4me degré

(5) $$t^4\sin^2 b+t^3\cos b(\cos c-\cos a\cos b)-2t^2(1-\cos a\cos b\cos c)$$
$$+t\cos c\,(\cos b-\cos a\cos c)+\sin^2 c=0,$$

dont les racines mises dans une des équations (4) conduiront aux valeurs correspondantes de q, et partant de celle de p et de r; et celles-ci mises dans l'équation (1) donneront les solutions dont est susceptible le problème de trouver parmi les pyramides qui ont même volume et un même angle solide ou trièdre, celle dont la base est un *minimum*, question dont la solution donnera presqu'immédiatement celle du problème que M. Hachette a proposé relativement au tétraèdre.

On seroit tenté de conclure de l'analogie du tétraèdre avec le

triangle que le problème relatif à la pyramide est aussi résolu par la pyramide triangulaire isocèle ; dans ce cas on auroit d'abord généralement dans l'équation (5) $t = 1$; ce qui n'est pas vrai, car en y faisant $t = 1$, on a l'équation $(1+\cos a).(\cos b - \cos c)^2.f^2 = 0$, qui est vérifiée par $\cos a = -1$, ou par $\cos b = \cos c$, ou par $f = 0$ qui correspond à $\cos A = 1$; $\cos B = 1$; $\cos C = 1$, qui sont toutes des hypothèses particulières : ensuite si on fait $t = 1$, $\cos b = \cos c$ dans une des équations (4), on en tire.....

$$q^3 = p^3 = \frac{k\cos b}{2(1+\cos a)}\left\{1 \pm \sqrt{\left(1+\frac{4(1+\cos a)}{\cos^2 b},\right)}\right\}$$ et parce que

$r^3 = \frac{k^3}{p^3 q^3}$ on a $r^3 = k\left\{-\frac{\cos b}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\cos^2 b + 4(1+\cos a)}\right\}^2$, expressions qui ne donneront en général $p = q = r$ que quand on aura supposé $a = b = c$.

Autre solution des mêmes problêmes, par M. Billy, professeur de mathématiques, à l'Ecole impériale et militaire de Fontainebleau.

Fontainebleau, 9 juin 1807.

Il s'agit de diviser un triangle en deux parties égales par une ligne qui soit un *minimum* ; désignant cette ligne par x, la surface du triangle par S, le plus petit angle par A, on a $x = \sqrt{2S\,\text{tang.}\frac{1}{2}A}$, et généralement $x = \frac{2}{n}\sqrt{nS\,\text{tang.}\frac{1}{2}A}$, n marquant le rapport du triangle entier au triangle déterminé par la ligne *minimum* ; les côtés de ce petit triangle, adjacens à l'angle A, sont égaux entre eux, et en les désignant par y, on a $y = \sqrt{\frac{S}{\sin A}} = \sqrt{\frac{bc}{2}}$, b et c désignant les côtés du triangle donné, entre lesquels A est compris, et en général

$$y = \sqrt{\frac{2S}{n\sin A}} = \sqrt{\frac{bc}{n}}.$$

quant au problême de la pyramide, M. Billy le résout dans deux cas.

Premier cas.

Si les angles plans sont droits, on a l'équation connue,

$= s'^2 + s''^2 + s'''^2$, en désignant la surface de la base par S, et celles des faces par s', s'', s'''; mais comme le produit $s's''s'''$ des aires de ces faces est constant, il s'ensuit que la somme des carrés $s'^2 + s''^2 + s'''^2$ devient un *minimum* dans le cas où $s' = s'' = s'''$.

II°. CAS.

Si les angles plans sont égaux sans être droits, on a par le théorème de Carnot, l'équation :

$$S^2 = s'^2 + s''^2 + s'''^2 - 2\cos A\,(s's'' + s''s''' + s'''s')$$

en désignant l'angle dièdre commun et constant par A.

De cette équation on tire celle-ci.

$$S^2 = \frac{(s' - s'')^2 + (s'' - s''')^2 + (s''' - s')^2}{2} + (s's'' + s''s''' + s'''s')\,(1 - 2\cos A),$$

expression qui devient un *minimum* quand $s' = s'' = s'''$.

---

§. GÉOMÉTRIE.

Des courbes du second degré.

Après avoir donné dans le numéro précédent (page 305) de cette Correspondance, la solution de ce problème, « deux droites et un « point étant donnés, mener par ce point une troisième droite « qui concoure au même point que les deux droites données ? »

J'ai annoncé que M. Roche avoit déduit de la solution de ce problème, celle de la question suivante. « Mener une tangente à une section conique quelconque, par un point pris sur ou hors la courbe. »

Voici l'article que m'a communiqué cet élève (admis dans le service de l'artillerie de mer. *Voy.* pag. 382.)

« D'après une propriété générale des courbes du second degré, la ligne qui partage en deux parties égales toutes les sections parallèles à une même droite, est une droite conjuguée à la première, et passant par le centre de la courbe. Or cette droite peut se déterminer au moyen de deux sections parallèles quel-

coniques. Ces droites interceptent sur la courbe un quadrilatère, et la ligne qui joint le point d'intersection des côtés et celui des diagonales, est la droite qui passe par le milieu de toutes les sections. Or, de ce que cette proposition a lieu pour le cas où les sections sont parallèles, on peut en conclure qu'elle aura lieu aussi pour le cas où elles partiront d'un point donné, en observant que l'on peut faire une perspective de la figure représentant ce cas général, telle que toutes les sections y deviennent parallèles, et la perspective de la courbe ne cessant pas d'être une section conique, auquel cas la proposition aura lieu, on peut en conclure qu'elle aura lieu généralement, par la raison que les lignes droites et les intersections ne changent pas. »

« Maintenant si pour tous les points de la droite obtenue par le point d'où partent les sections, on fait la même opération que pour ce point-là, on obtiendra une suite de droites dont ce point donné fera partie, et dont il sera conséquemment la commune intersection. »

« *Corollaire* I. La droite obtenue au moyen du point donné de la manière précédente, étant aussi la droite qui joint les points de contact des tangentes menées de ce point à la courbe, puisque c'est ce qu'on obtient lorsque les deux sections qui la déterminent, deviennent tangentes, il s'ensuit, 1°. que pour mener d'un point donné une tangente à une section conique, il suffit de tirer par ce point deux droites qui coupent la courbe, la droite qui joindra les points d'intersection des diagonales et des côtés du quadrilatère intercepté, coupera la courbe aux deux points de contact; 2°. que toutes les droites qui joignent les points de contact des tangentes menées à la courbe, par tous les points d'une même droite, se rencontrent en un point, ce qu'on peut aussi démontrer directement, en observant que pour tous les points d'un diamètre d'une section conique, ces droites sont parallèles et réciproquement; d'où l'on peut conclure comme précédemment, que cela a lieu pour une droite quelconque, auquel cas les droites obtenues concourent au même point; 3°. que pour mener par un point pris sur une section conique, une tangente à cette courbe, il suffit de tirer par ce point une droite quelconque, et de chercher le point d'où elle provient, par l'intersection de deux droites obtenues comme précédemment, au moyen de deux de ses points. C'est par ce point que passeront les tangentes menées par le point donné et le point où la droite coupe la courbe. »

« *Corollaire* II. Le théorème précédent est une propriété telle-

une caractéristique des sections coniques, qu'il offre un moyen de les décrire par points lorsqu'on en connoît cinq. »

« Soient (fig. 2) *a*, *b*, *c*, *d*, *e* les cinq points donnés; en prolongeant les deux droites *ab*, *cd*, jusqu'à leur point de rencontre *A*, la droite *BC* qui joindra les points d'intersection des droites *ac* et *bd*, *ad* et *bc*, sera la droite qui résulte des sections faites par le point *A* dans la courbe d'après le même procédé, et qui joint les points de contact des tangentes menées par ce point. Si l'on prolonge la droite *ce*, jusqu'à la rencontre de la même droite *ab* en un point *D*, on obtiendra pour le point *D* une droite passant par les intersections des droites *ad* et *be*, *ae* et *bc*, qui rencontrera la droite *BC* en un point *E*, point unique pour la droite *ab* et qui est l'intersection des droites obtenues par tous ses points. Cela étant, pour obtenir un point de la courbe, je tire par un point connu *c*, une droite quelconque qui rencontre la droite *abA* en un point *F* qui doit au moyen de ses sections *Fab* et *Fc*, donner une droite passant par le point *E*. Si donc je mène par le point *F*, une droite quelconque *FGH*, qui coupe les droites *Ea*, *Eb*, en des points *G* et *H*, la ligne menée par le point *E* et l'intersection des diagonales *Gb*, *Ha*, sera cette droite, qui coupe la droite *ac* en un point *I*; et par conséquent la ligne *bI* par son intersection avec la droite *Fc*, déterminera un point *f* de la courbe, et je puis au moyen de celui-là, en trouver plus simplement encore un second, en tirant la droite *Af*. La ligne *Fc* coupant en un point *L* la droite du point *A*, la ligne *Ld* coupe la droite *Af* en un nouveau point *g* appartenant à la courbe et trouvé par la condition que les lignes *cf* et *dg*, *cg* et *df* se coupent sur la même droite *BCE* dérivée du point *A*. »

Extrait d'une lettre de M. Dubois aîné, ancien élève de l'Ecole polytechnique, ingénieur des ponts et chaussées, à M. Hachette.

Casal, département de Marengo, 25 mai 1807.

Je vous adresse une petite note que j'avois faite en Egypte, en lisant le Calcul différentiel et intégral de M. Bossut. (Voyez page 146 de cet ouvrage.) Si vous croyez qu'elle puisse paroître dans la Correspondance de l'École polytechnique, je vous avoue avec franchise que je serois extrêmement flatté de m'associer, quoiqu'en si peu de chose, aux travaux de professeurs et de camarades que j'estime et que j'aime.

On demande le moyen de reconnoître si l'intersection des deux surfaces courbes données, est une courbe plane ou une courbe à double courbure?

Soient $F(x, y, z) = 0$, $f(x, y, z) = 0$ les équations des deux surfaces courbes données.

J'élimine entre ces deux équations une des coordonnées, l'équation résultante est celle de la projection de la courbe d'intersection sur le plan perpendiculaire à cette ordonnée. Soit z l'ordonnée qu'on élimine, et $\varphi(x, y) = 0$ l'équation qui en résulte.

Si la courbe d'intersection est plane, elle peut être déterminée par l'une des deux surfaces données et par un plan; soit $z = Ax + By + C$ l'équation de ce plan. En éliminant z entre cette équation et celle d'une des deux surfaces courbes données, l'équation que l'on obtiendra devra être identique à l'équation $\varphi(x, y) = 0$; comparant ces deux équations, nous obtiendrons entre les coefficiens des variables plusieurs équations, qui serviront à déterminer les constantes A, B, C, et il faudra que toutes les conditions qu'elles présentent puissent être satisfaites pour que la courbe dont nous nous occupons soit plane, sinon elle seroit à double courbure.

§. II. STATIQUE ANALYTIQUE.

Du parallélogramme des forces.

Théorème.

Si deux forces de direction et d'intensité quelconque agissent sur un même point matériel; la direction et la grandeur de la résultante, devront être représentées par la diagonale du parallélogramme construit sur les grandeurs des deux forces.

Démonstration donnée par M. Poisson, et rédigée par M. Petit, de Besançon, élève (1).

Il est d'abord facile de voir que la résultante ne sauroit être dirigée hors du plan des deux forces. Car si cela pouvoit avoir

(1) Cette démonstration m'avoit été communiquée, avant que M. Francœur l'eût fait connoître dans sa Mécanique. H. C.

lan; on pourroit dans tous les cas déterminer, hors du même plan, une autre ligne symétriquement placée à la première : alors il n'y auroit pas de raison pour que la résultante fût plutôt l'une des deux lignes que l'autre; et comme cette résultante doit être unique, ils s'ensuit qu'elle ne pourroit avoir aucune des deux positions hors du plan, donc elle est dirigée dans le plan même des forces.

Si les deux forces qui agissent sur le point A (fig. 3) étoient égales, il seroit facile de démontrer que la résultante doit partager l'angle PAQ en deux parties égales. Car si elle prenoit toute autre position, il seroit, de même que tout-à-l'heure, possible de trouver une autre ligne qui seroit placée de la même manière, par rapport aux forces P et Q qui sont égales. Ce qui prouve évidemment, que la résultante ne sauroit avoir d'autres directions que celle AR, qui partage également l'angle PAQ.

Il ne s'agit plus que de déterminer la grandeur de la force R. Pour cela nous remarquerons qu'entre une force P et une force R résultante de la combinaison de deux forces égales P, faisant un certain angle, on doit avoir $R = AP$, A étant indépendant de P. Car R devant dépendre de P d'une certaine manière, si l'équation qui donne R au moyen de P, contenoit des puissances supérieures de P, alors le rapport des forces P et R changeroit si l'on changeoit leur unité de mesure, par exemple, si entre R et P on avoit l'équation $R = AP^2$, en prenant une unité *sous-double*, R et P deviendroient doubles, alors l'équation entre R et P n'existeroit pas, ce qui est absurbe, puisque les forces P et R n'ont pas changé. Il faut donc que la relation qui existe entre R et P ne contienne P qu'au 1er. degré; reste maintenant à déterminer la forme de A. Cette quantité ne dépendant pas de P doit être une fonction de l'angle des forces P et R. Représentant cet angle par x on aura $R = P fx$; et cette équation aura toujours lieu entre une résultante et sa composante, pourvu que la seconde composante soit égale à la première. Maintenant pour déterminer la forme de la fonction (f) nous décomposerons la force P en deux forces p et p', faisant avec la force P des angles égaux que nous représenterons par z. Ce que nous sommes en droit de faire, puisque nous avons prouvé plus haut que deux forces égales avoient une résultante qui partageoit en deux parties égales l'angle qu'elles formoient entre elles. Nous décomposerons de même la force Q égale à la force P, en deux autres forces q et q' égales entre elles et aux forces p et p', de manière que l'angle qaQ se trouvera égal à z. on aura donc $P = pfz$ et $Q = qfz$. Mais au lieu des forces P et Q on peut substituer les quatre forces p, p', q, q', dont la résultante

sera par conséquent R. Or, si au lieu de combiner les forces p et p' et les forces q et q' ensemble, ce qui donneroit les forces P et Q, on combinoit les forces p et q, p' et q', on auroit deux nouvelles résultantes qui, combinées entre elles devroient produire le même effet que les forces P et Q. Or, ces deux résultantes seront toutes les deux dirigées suivant AR, puisque cette ligne partage en deux parties égales les angles pAq et $p'Aq'$. Nommant R' la première résultante, et R'' la seconde, on devra avoir $R' + R'' = R$. Or, on a $R = Pfx$. Mais $P = qfz$. Donc $R = qfxfz$. De même $R' = qf(x-z)$ et $R'' = q'f(x+z)$ ou $qf(x+z)$, donc on aura $fxfz = f(x+z) + f(x-z)$, équation qui va servir à déterminer la forme de la fonction (f). Pour cela nous développerons $f(x+z)$ et $f(x-z)$ suivant les puissances de z. Ce qui donnera

$$f(x+z) = fx + z\frac{dfx}{dx} + \frac{z^2}{2}\frac{d^2fx}{dx^2} + \frac{z^3}{2.3}\frac{d^3fx}{dx^3} + \frac{z^4}{.2.3.4}\frac{d^4fx}{dx^4} + \text{etc.}$$

$$f(x-z) = fx - z\frac{dfx}{dx} + \frac{z^2}{2}\frac{d^2fx}{dx^2} - \frac{z^3}{2.3}\frac{d^3fx}{dx^2} + \frac{z^4}{2.3.4}\frac{d^4fx}{dx^4} - \text{etc.}$$

donc

$$f(x+z) + f(x-z) = fxfz = 2\left(fx + \frac{z^2}{2}\frac{d^2fx}{dx^2} + \frac{z^4}{2.3.4}\frac{d^4fx}{dx^4} + \text{etc.}\right);$$

d'où

$$fz = 2\left(1 + \frac{z^2}{2}\frac{d^2fx}{dx^2.fx} + \frac{z^4}{2.3.4}\frac{d^4fx}{dx^4.fx} + \frac{z^6}{2.3.4.5.6}\frac{d^6fx}{dx^6.fx}\right).$$

Or, z étant indépendant de x, le développement de fz doit l'être aussi de fx. On est donc en droit d'égaler les coefficiens des différentes puissances de z à des quantités constantes, nous ferons donc

$$\frac{d^2fx}{dx^2fx} = -a^2, \text{ d'où } \frac{d^2fx}{dx^2} = -a^2fx,$$

et après deux différentiations successives

$$\frac{d^4fx}{dx^4} = -a^2\frac{d^2fx}{dx^2} = +a^4fx.$$

$$\frac{d^6fx}{dx^6} = -a^2\frac{d^4fx}{dx^4} = -a^6fx.$$

En sorte que les coefficiens des puissances successives de x sont

$$-a^2,\ +a^4,\ -a^6,\ +a^8,\ -a^{10},\ \text{etc.}$$

on aura donc, d'après la formule de Newton,

$$fx = 2\left(1 - \frac{a^2x^2}{2} + \frac{a^4x^4}{2.3.4} - \frac{a^6x^6}{2.3.4.5.6} + \text{etc.}\right) = 2\cos ax;$$

donc $$fx = 2\cos ax,$$

Cherchons maintenant la valeur de a. Pour cela nous observerons que R doit devenir nul sans que P le devienne, lorsque les forces P et R forment un angle droit; c'est-à-dire, lorsque x égale 100°. or, il n'y a que les nombres impairs de quadrans qui aient des cosinus nuls; donc a sera un des nombres 1, 3, 5, 7 etc. Je dis de plus qu'il doit être égal à 1, car R ne doit devenir nu qu'autant que $x = 100°$. Or, si on avoit par exemple $a = 5$, faisant $x = \left(\frac{100°}{5}\right)$, on auroit $\cos ax = 0$, et conséquemment $R = 0$; ce qui est absurde. Donc $a = 1$; donc $R = 2P\cos x$. Maintenant si l'on prend sur les directions des forces P et Q les grandeurs AB et AC égales entre elles et égales aux forces P et Q, et qu'on achève le losange $ABCD$, on aura $AO = AB \times \cos BAD = P\cos x$; donc $AD = 2P\cos x$, et par conséquent $R = AD$. La résultante de deux forces égales est donc représentée en grandeur et en direction par la diagonale du parallélogramme construit sur les intensités des deux forces.

Maintenant que la proposition est démontrée pour deux forces égales, nous allons la démontrer pour deux forces inégales, mais dont les directions sont perpendiculaires.

Soient P et Q (fig. 4) les deux composantes, l'angle PAQ est supposé droit. Soient AB et AC les grandeurs des forces P et Q, si on achève le parallélogramme et qu'on mène les diagonales AD et BC, on aura $AO = BO = CO = DO$, parce que le parallélogramme est rectangulaire. Maintenant menons FE parallèlement à BC par le point A, et BF et CE parallèles à AD par les points B et C. On aura de cette manière $AO = AE = AF$, et par conséquent l'angle $OAC = CAE$, et $OAB = BAF$. Ces angles étant égaux, on pourra décomposer la force P en deux forces agissant l'une suivant AF et égale à AF, et l'autre suivant AD et égale à AO. De même on décomposera la force Q en deux forces agissant l'une suivant AE et égale à AE, et l'autre suivant AD et égale à AO. En sorte

qu'au lieu des deux forces P et Q, nous aurons les quatre forces AF, AO, AE et AO. Les deux forces AE et AF se détruisent comme égales et dirigées en sens contraire, il ne reste donc plus que deux forces AO dirigées suivant AD ; ou ce qui revient au même, une seule force AD dirigée suivant AD. La proposition a donc encore lieu dans ce cas.

Passons maintenant au cas où les forces forment un angle quelconque. Pour cela supposons deux forces P et Q (fig. 5) inégales faisant une angle quelconque PAQ, et dont les grandeurs sont représentées par AB et CA. Achevons le parallélogramme $ABCD$, et menons les lignes DE, CG et AF perpendiculaires à AP ; prolongeons CD jusques en F ; alors nous pourrons décomposer la force Q en deux forces agissant l'une suivant AF et l'autre suivant AP, la première égale à AF et l'autre égale à AG ; alors au lieu des forces P et Q, nous aurons les trois forces AF, AG et AB ; or les forces AB et AG étant dirigées dans le même sens, pourront être remplacées par la force AE égale à leur somme ; en sorte qu'aux forces P et Q, on a substitué les forces AE et AF dont les directions sont perpendiculaires, leur résultante sera représentée en grandeur et en direction par AD qui est aussi la diagonale du parallélogramme $ABCD$. Donc etc.

PERSPECTIVE.

Des images vues par réflexion sur des miroirs à surfaces courbes.

Par M. Hachette.

Tous ceux qui ont visité des cabinets de physique, ou suivi des cours d'optique, ont pu voir des figures tracées sur des cartons, qui d'abord paroissent très-irrégulières et qui ne donnent l'idée d'aucun objet connu, mais en plaçant convenablement un miroir cylindrique, ou conique ou pyramidal sur ces cartons, les images des figures réfléchies par le miroir, deviennent des tableaux d'objets réels ; la relation qu'ont entre eux les contours des lignes tracées sur le carton, la forme du miroir, et les images réfléchies par le miroir, est une conséquence de ce qui a été dit à l'article *perspective*, inséré dans le n°. précédent, page 314.

J'ai observé dans cet article que l'effet d'un tableau dépendoit de la distance de l'œil au tableau ; que cette distance avoit une limite au-delà de laquelle les objets ne sont vus que confusément, ou

tout-à-fait invisibles ; j'ai ajouté qu'on plaçoit ordinairement l'œil sur une perpendiculaire élevée sur le milieu du tableau et à une distance à-peu-près égale à la moitié de la largeur du tableau, le tableau étant supposé plan et terminé par un parallélogramme rectangle ; cette règle est celle qu'on suit le plus ordinairement ; cependant il y a des cas où le tableau est très-élevé par rapport aux spectateurs, et lorsqu'on est placé au point de vue pour lequel il a été construit, il produit tout l'effet qu'on peut en attendre ; mais si l'œil du spectateur est fort éloigné du point de vue, le tableau présentera une figure d'autant plus irrégulière, que l'éloignement sera plus considérable ; on remarque ces effets de perspective dans les salons où l'on fait spectacle des phénomènes les plus curieux de la physique ; le mur offre une figure longue et étroite que l'on prend pour une difformité ; si l'on regarde par une petite ouverture qu'on a pratiquée dans une petite planchette placée d'équerre sur le mur même, le monstre se change en un amour ou un autre objet capable de produire la surprise. On aperçoit que cette perspective d'apparence irrégulière se construit d'après les règles ordinaires ; ainsi, ayant placé un petit tableau bien exécuté à la distance convenable par rapport à l'œil, et considérant ce tableau peu incliné par rapport au mur comme la base d'un cône dont le sommet est à l'ouverture où l'on place l'œil du spectateur, l'intersection du cône par le plan du mur, donne la véritable perspective ; mais comme les rayons visuels de cette perspective sont très-inclinés par rapport à la face du mur, la seconde perspective tracée sur cette face est d'une apparence très-irrégulière pour le spectateur qui cherche le point de vue sur une droite perpendiculaire au mur ; elle n'en est pas moins exacte ; cet exemple prouve que si l'artiste peut s'écarter de la règle ordinaire, qui consiste à supposer le spectateur placé sur le milieu du tableau, le spectateur ne peut pas se dispenser pour juger de l'effet d'un tableau, de se placer au point de vue pour lequel il a été construit.

Un petit changement dans le point de vue du spectateur, peut donner lieu à des effets d'optique assez curieux ; le même tableau paroît se métamorphoser, et présente des sujets différens ; ces tableaux sont ordinairement composés de lames étroites, coupées en parallélogrammes rectangles de la hauteur du cadre ; on fixe ces lames par leurs tranches sur un plan, et on y dessine trois portraits ; le premier est tracé sur le plan auquel les lames sont fixées ; et les deux autres sont tracés sur les faces des lames perpendiculaires à ce plan ; un simple mouvement de tête produit le déplacement du point de vue, d'où l'on apperçoit successivement les trois portraits ; ce n'est qu'en s'approchant du cadre, qu'on juge la véritable forme

du tableau, qui est réellement composé de trois tableaux construits pour des points de vue très-peu éloignés les uns des autres.

Revenant à la question principale, il s'agit de tracer sur un carton une figure qui présente une perspective donnée sur un miroir cylindrique ou conique, ou de telle autre forme qu'on voudra. Une perspective étant donnée sur un tableau, on considère cette perspective comme la base d'un cône qui a l'œil du spectateur pour sommet; on place le miroir de telle manière qu'il soit pénétré par le cône entier supposé prolongé; la courbe d'intersection du cône et de la surface du miroir, produit sur l'œil le même effet que la perspective tracée sur ce tableau; or, chaque rayon visuel se réfléchit sur le miroir en faisant l'angle d'incidence égal à l'angle de réflexion, donc la suite des rayons réfléchis forme une surface dont l'intersection avec le plan du carton donne la figure demandée, c'est-à-dire, que tous les rayons de lumière qui partiront des points de cette figure, arriveront nécessairement par réflexion à l'œil du spectateur, et lui offriront la même image que le tableau.

Cette solution suppose que la place du miroir par rapport au tableau, soit déterminée; si elle ne l'étoit pas, il seroit convenable de la choisir, de manière que le cône qui a pour base la perspective donnée, rencontrât le moins obliquement possible la surface du miroir; pour résoudre le problème inverse, il faudroit dessiner une figure sur le carton, et chercher sous quelle forme elle seroit réfléchie par ce miroir vers l'œil du spectateur; mais si l'on considère un point de la figure du carton, comme un point lumineux qui éclaire le miroir, la question revient évidemment à trouver le point brillant de la surface de ce miroir, et ce problème a été résolu précédemment page 302 de cette Correspondance.

De la perspective d'une sphère, dans laquelle les cercles tracés sur cette sphère sont représentés par d'autres cercles.

Cette espèce de perspective est connue depuis longtemps sous le nom de projection *stéréographique*; on s'en sert pour la construction des cartes géographiques ou des mappemondes, dans lesquelles les méridiens et les parallèles à l'équateur sont représentés par des cercles; pour construire ces mappemondes, on prend pour le plan de la carte celui d'un grand cercle de la sphère; on y projette les méridiens et les parallèles à l'équateur par des droites concourantes à l'extrémité du rayon de la sphère perpendiculaire

plan de ce grand cercle, ce qui revient à construire une perspective de la sphère, en supposant que le point de vue soit sur la surface de cette sphère, et que le tableau soit un plan mené par le centre de la sphère perpendiculairement au rayon qui passe par le point de vue; cette espèce de perspective jouit de deux propriétés remarquables, qui ont déja été énoncées page 176 de cette Correspondance, et que nous rappelons ici, pour en donner la démonstration, que plusieurs élèves m'ont demandée.

Iᵉʳᵉ. Proprieté.

Tous les cercles de la sphère sont vus en perspective suivant des cercles.

Démonstration. Un cône oblique du second degré, jouit comme toutes les surfaces du second degré, de la propriété de pouvoir être coupé suivant des cercles par deux systèmes de plans parallèles entre eux; les cercles de l'un et de l'autre système, ont leurs centres sur deux droites qu'on nomme les *axes* du cône; les plans de ces cercles sont perpendiculaires au plan qui passe par les deux axes; de plus ce dernier plan coupe le cône suivant des arêtes qui font avec les plans des sections circulaires des angles égaux; toutes ces propositions sont démontrées dans notre Application de l'algèbre aux surfaces du 2ᵉ. degré, mais d'ailleurs il est facile de voir que ABC (fig. 6.) (*tracez dans un angle dont le sommet est A, deux lignes droites BC, DE qui se coupent en un point M*) étant la section d'un cône oblique par un plan perpendiculaire à la section circulaire BC, un autre plan DE perpendiculaire à la même section ABC, et faisant avec l'arête AB l'angle ADE égal ACB, coupera encore le cône oblique suivant un cercle, car à cause de la section circulaire BC, le produit $BM \times MC$ est constant, et parce que les triangles BMD, EMC sont semblables, on a $BM \times MC = DM \times ME$, donc ce dernier produit est aussi constant, donc la section DE est un cercle; on nomme la section ABC, *la section principale* du cône oblique, et les sections circulaires BC, DE, *sections sous-contraires*.

Cela posé, il s'agit de faire voir que la perspective d'un cercle quelconque de la sphère est un autre cercle; en effet considérant ce cercle comme la base d'un cône dont le sommet est au point de vue, le plan de la section principale de ce cône passera 1°. par le point de vue, 2°. par le centre de la première base circulaire, 3°. par le centre de la sphère; car la droite qui joint ces deux centres est perpendiculaire au plan de cette première base; or le plan du tableau est perpendiculaire au plan de la section princi-

pale et fait avec l'une des arêtes de cette section l'angle que le plan de la première base circulaire fait avec l'autre arête, donc ce plan est celui de la section sous-contraire du cône, mais cette section est la perspective d'un cercle pris à volonté sur la sphère, donc tous les cercles de la sphère sont représentés sur le même tableau par des cercles.

Seconde propriété de la projection stéréographique.

La perspective de l'angle formé par deux tangentes à la surface d'une sphère, est un autre angle qui ne diffère pas du premier.

Démonstration. Deux plans qui font entre eux un angle, étant coupés par deux autres plans, les deux sections angulaires qui en résulteront, seront égales, si les plans coupans font avec la droite d'intersection des plans donnés, des angles égaux, et s'ils sont perpendiculaires à un plan mené par cette droite; cette proposition est facile a démontrer, en s'aidant d'une figure tracée sur le plan auquels les deux plans coupans sont perpendiculaires, et en considérant la droite intersection des deux plans donnés comme une verticale.

En appliquant cette proposition à la perspective des deux tangentes à la sphère, on voit que les plans menés par le point de vue et les deux tangentes se coupent suivant une droite, qui fait avec le plan du tableau et le plan des deux tangentes à la sphère, des angles égaux; de plus ces deux plans sont perpendiculaires à celui qui passe par le centre de la sphère, le point de vue, et le point de départ des deux tangentes, donc ils coupent les plans menés par le point de vue et chacune des tangentes, suivant des angles égaux; or, l'un de ces angles, celui qui est dans le plan du tableau, est la perspective de l'angle des deux tangentes, donc cette perspective ne diffère pas de l'angle lui-même.

ANALYSE APPLIQUÉE A LA PHYSIQUE.

Sur la théorie du son.

M. Poisson a lu, le 17 août 1807, à l'Institut un mémoire sur le son, qui sera publié dans le 14e. cahier du Journal de l'Ecole polytechnique; il en a donné l'analyse dans le premier numéro de la reprise du Bulletin de la Société Philomatique, dont il rédige la partie mathématique; les principales conséquences de ce mémoire sont :

1°. Qu'en supposant la densité et la température constantes dans toute l'étendue d'une masse d'air, le son s'y propage d'un mouvement uniforme, et la vîtesse est la même sur tous les rayons sonores, de sorte que l'onde sonore conserve toujours une figure sphérique dont le centre est celui de l'ébranlement primitif, et se propage toujours de la même manière, quelle que soit la loi suivant laquelle l'intensité du son varie dans toute l'étendue d'une même onde.

2°. La réflexion du son produit à l'un des foyers d'un ellipsoïde est analogue à celle de la lumière.

3°. On démontre en toute rigueur que le son fort ou foible se propage avec la même vîtesse.

4°. L'intensité du son dans un air pesant et de température constante ne dépend que de la distance qu'il a parcourue, et de la densité de la couche de l'atmosphère d'où il est parti.

SUR LA THÉORIE DE LA LUMIÈRE.

Mémoire lu à l'Institut le 16 *novembre* 1807, *par M. Malus, chef de bataillon du génie, examinateur d'admission dans les services publics.*

(Extrait de ce mémoire, par M. Hachette.)

M. Laplace a donné dans le 10°. livre de sa Mécanique céleste pour l'expression du *pouvoir refringent*, ou de la force avec laquelle un rayon de lumière est attiré par un corps, la formule suivante; $F^2 = \frac{i^2 - 1}{\varrho}$, F étant le pouvoir refringent, i le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, et ϱ la densité du corps; on connoît depuis longtems le moyen de déterminer par expérience les valeurs de i pour les corps diaphanes; mais les corps opaques ont aussi leur pouvoir refringent, et pour le conclure de la formule précédente, il s'agissoit de trouver quel seroit le rapport entre le sinus d'incidence et le sinus de réfraction pour ces corps, en supposant que leur action sur la lumière restant la même, ils devinssent transparens; Wollaston a, par une méthode aussi simple qu'ingénieuse, déterminé ce rapport, (voyez le mémoire publié en 1802 par ce savant dans

les Transactions philosophiques, et traduit par M. Riffault, Annales de chimie, tome 46); il pose sur un plan horisontal un prisme de verre dont toutes les faces sont à angles droits; il applique sur la base horisontale du prisme une parcelle du corps opaque dont il veut mesurer la réfraction, et pour conserver à la base son niveau, le plan sur lequel elle repose est creusé d'une petite cavité qui reçoit le corps mis en expérience; l'appareil étant ainsi disposé, on observe l'instant auquel le rayon de lumière horisontal qui s'introduit entre la base du prisme et le corps soumis à l'expérience, commence à se réfléchir sur ce corps pour pénétrer le prisme; au même instant ce rayon après avoir traversé ce prisme, se refracte dans l'air pour arriver à l'œil de l'observateur; le rayon réfléchi et le rayon refracté sont dans un même plan vertical perpendiculaire aux deux faces rectangulaires du prisme; on mesure l'angle que le rayon refracté fait avec l'horison, et c'est de la mesure de cet angle que l'on déduit quelle seroit la valeur de i pour le corps opaque mis en expérience, en supposant que ce corps devint transparent.

On conçoit ce qui se passe dans cette expérience, le rayon de lumière animé d'une vitesse horisontale est à la fois soumis à l'action du corps opaque et du prisme; la différence de ces deux actions lui imprime une vitesse perpendiculaire à la base du prisme, qui étant combinée avec la vitesse horisontale, donne au rayon une nouvelle vitesse dont la direction est en dessus ou en dessous de la base du prisme, selon le sens de la différence des deux vitesses verticales; or, il est nécessaire pour le succès de l'expérience que la direction de la vitesse moyenne soit au-dessus de la base du prisme, donc il faut que la vitesse résultant de l'action du prisme, soit plus grande que celle qui est due à l'action du corps soumis à l'expérience, d'où l'on voit que cette méthode de Wollaston ne s'applique pas encore à tous les corps opaques, et qu'elle dépend de la nature du prisme qu'il importe d'avoir le plus refringent possible.

Wollaston en mesurant les angles de réfraction correspondant au *minimum* d'action du prisme, a obtenu des nombres qui varient avec les pouvoirs refringens, mais qui n'en sont pas la mesure; M. Malus appliquant la théorie de M. Laplace et la méthode du physicien anglais, est arrivé à des conséquences plus justes et tout-à-fait neuves sur la réfraction de la lumière; raisonnant sur l'expression du pouvoir refringent $F^2 = \frac{i^2 - 1}{\rho}$, il s'est demandé si la même substance, variant de densité et même d'état par un changement de température, les variations de i correspondant à ρ seroient telles,

le pouvoir refringent ne changeât pas; l'expérience a confirmé ce pouvoir étoit constant ; parmi les substances propres à tre en évidence ce résultat, la cire d'abeille étoit le corps le convenable ; sa densité varie sensiblement de 0°. à 80°. *R.* ; solide, elle devient liquide à une température peu élevée ; dans ces états, elle a un pouvoir refringent qui ne varie pas.

La valeur de *i* se déduisant de l'angle observé avec l'appareil de ollaston, il falloit trouver l'équation qui établit la relation ces deux quantités ; M. Malus l'a donnée dans son mémoire, et fait voir qu'elle n'étoit pas la même pour les corps opaques que ur les corps transparens, comme Wollaston l'avoit supposé; on çoit en effet que la lumière se réfléchissant à la surface d'un rps, n'en éprouve pas une action aussi complète que si elle ne se léchissoit qu'après avoir pénétré dans ce corps jusqu'à la limite la sphère d'activité; dans l'appareil de Wollaston, le prisme nt il se sert, est nécessairement rectangulaire ; on en trouve rement de cette forme, et pour rendre les expériences compables, il faudroit n'employer que des prismes rectangulaires d'une tière vitreuse parfaitement identique, ce qui est encore plus ficile à obtenir ; M. Malus a donné des formules pour déterner la valeur de *i*, au moyen des angles observés, quelles que ent l'inclinaison des faces du prisme employé aux expériences la nature du verre.

Les expériences de M. Malus ont été faites au cabinet de phyque de l'Ecole polytechnique. Le tableau joint à son mémoire divisé en plusieurs colonnes, qui indiquent en nombres les leurs correspondantes des angles observés qu'il nomme *b*, de *i*, et de *F*, il donne pour les densités de la cire les nombres ivans :

Cire solide.....	à 14° Réaumur (l'eau étant 1).	0.9670825
	à 26°.....	0.9180000
Cire fondante....	à 48°.....	0.8289910
	à 66°.....	0.8197652
Cire se vaporisant	à 85°.....	0.8105372

Le pouvoir refringent *F* de la cire est 1,3303, celui de l'eau tillée 0,78457 ; MM. Biot et Arago, dans leur mémoire sur les finités des corps pour la lumière, ont estimé le pouvoir refringent l'eau, 0,78451 ; nombre qui ne diffère du précédent que par la inquième décimale.

La fig. 7 représente l'appareil de Wollaston, perfectionné par M. Malus. (*Voy. l'explication de cette figure, page* 386.)

GÉOMÉTRIE.

Des courbes du quatrième degré, considérées comme les projections de l'intersection de deux surfaces coniques du second degré.

Par M. Hachette.

Avant que la discussion d'une équation générale du second degré entre deux variables, eut fait voir que la courbe représentée par cette équation, affectoit trois formes différentes connues sous le nom d'*ellipse*, *hyperbole*, *parabole*, les considérations géométriques les plus simples avoient conduit à ce résultat: en effet, l'équation du cône droit étant du second degré, en la combinant avec celle du plan qui est linéaire pour éliminer l'une des trois coordonnées d'un point commun aux deux surfaces; l'équation qui en résulte est la plus générale qu'on puisse obtenir entre deux variables, et par conséquent elle comprend toutes les courbes du second degré; d'où il suit que ces courbes peuvent être considérées comme les projections de la courbe d'intersection d'un cône et d'un plan; mais le plan peut couper toutes les arêtes du cône, ou être parallèle à quelques-unes d'entre elles; on distingue ces deux cas, en menant par le sommet du cône un plan parallèle au plan coupant; si ce plan parallèle n'a de commun avec le cône que le sommet, la courbe d'intersection est fermée, s'il le rencontre suivant deux arêtes, ou qu'il le touche suivant une seule, la courbe a des branches infinies, et parce que les plans tangens au cône, menés par les arêtes parallèles au plan coupant, rencontrent ce dernier plan suivant les asymptotes à la courbe d'intersection, on en conclut qu'il y a trois courbes du second degré; la première qui est fermée, la seconde qui a deux branches infinies avec deux asymptotes, et la troisième qui a une branche infinie sans asymptotes. Des considérations du même genre sur les pénétrations du cylindre et du cône du second degré, vont mener à des conclusions semblables sur la forme des courbes du quatrième et du troisième degré.

L'intersection de deux surfaces cylindriques du second degré, étant composée de branches nécessairement fermées, ne peut pas faire connoître toutes les courbes du quatrième degré, qui peuvent avoir des branches fermées et des branches infinies; or il est facile de voir que dans la pénétration de deux cylindres, la courbe n'a que des branches fermées, car elles ne pourroient devenir infinies qu'autant qu'il y auroit des arêtes parallèles de l'un et de

l'autre cylindre, mais par la définition des surfaces cylindriques, elles seroient elles-mêmes parallèles, et si elles se coupoient, leur intersection seroit un nombre déterminé de lignes droites; dans le cas des cylindres du second degré, ces droites seroient au nombre de quatre au plus, parce que les bases de ces cylindres ne peuvent se couper qu'en quatre points; les courbes qui résultent de la pénétration de deux cylindres du second degré, sont donc nécessairement fermées, mais il y a entre elles cette variété, qu'elles sont formées de deux branches séparées ou d'une branche unique; lorsqu'on cherche l'intersection des deux cylindres, la courbe de pénétration est renfermée entre deux plans parallèles aux arêtes des deux cylindres; or il y a deux cas à distinguer; ou ces plans touchent le même cylindre, ou chaque cylindre est touché par l'un de ces plans; dans le premier cas, la courbe a deux branches; dans le second, elle n'en a qu'une.

Les projections de l'intersection des deux surfaces coniques du second degré, renferment toutes les variétés des courbes du 4e. degré, car l'intersection elle-même se compose de branches qui sont toutes ou fermées ou infinies, ou de branches dont les unes sont fermées et les autres infinies; nous allons faire voir comment on détermine et la forme et le nombre de ces branches; la méthode pour trouver l'intersection des deux cônes, consiste à mener une suite de plans par la droite qui joint leurs sommets; chaque plan coupe le cône suivant des arêtes qui se rencontrent, et leurs points d'intersection appartiennent à la courbe cherchée; l'intersection de deux cônes du second degré est comme l'intersection de deux cylindres du même degré, comprise entre deux plans; ces plans passent par la droite qui joint les sommets des cônes, et sont ou tangens au même cône, ou chaque cône est touché par l'un de ces plans; lorsque ce dernier cas a lieu, la courbe d'intersection n'est pas complète; quelques-unes de ces branches deviennent imaginaires, comme on le verra plus bas.

Pour distinguer la forme des branches (1) dans la pénétration de deux cônes du second degré, imaginons que de ces deux cônes, l'un soit fixe, et que l'autre s'en soit approché en se mouvant parallélement à lui-même, jusqu'à ce que leurs sommets soient réunis; en les coupant par un même plan, les sections

(1) Il ne faut pas confondre la *branche* d'une courbe avec les côtés de cette branche; une hyperbole est une courbe à deux branches, et chaque branche a deux côtés infinis; la parabole est une courbe à une seule branche, dont les côtés sont infinis.

qui en résultent étant du second degré, peuvent se couper en quatre points, *ou* se couper en deux points et se toucher en un ; *ou* se toucher en deux points, *ou* se couper en deux points ; *ou* se toucher en un seul point, *ou* enfin n'avoir aucun point commun ; ce qui fait six cas, auxquels correspondent six espèces de courbes du quatrième degré ; dans le premier cas, il est évident que l'un des cônes donnés a quatre arêtes qui ont leurs parallèles sur l'autre cône ; les plans tangens menés par l'une quelconque de ces arêtes considérées sur l'un des cônes, et par sa parallèle sur l'autre cône, donnent un asymptote à la courbe d'intersection ; cette courbe aura donc dans ce cas quatre asymptotes, et sera formée de deux lignes, dont chacune a deux branches infinies.

Dans le second cas, celui où les bases des cônes rapprochés, se coupent en deux points et se touchent en un, la courbe d'intersection aura deux asymptotes, et sera formée de deux lignes, 1°. d'une ligne à deux branches infinies ayant asymptotes ; 2°. d'une ligne à une seule branche infinie, qui n'a pas d'asymptote.

Dans le troisième cas, la courbe d'intersection est formée de deux lignes à une seule branche infinie, qui n'ont pas d'asymptotes ; dans le quatrième cas, elle est formée d'une seule ligne à deux branches infinies avec asymptotes, et d'une branche fermée : dans le cinquième cas, il n'y a de même qu'une seule ligne à une branche infinie, qui n'a pas d'asymptotes, et une branche fermée ; enfin dans le sixième cas, la courbe est composée de deux branches fermées et séparées.

A ces six cas, il faut ajouter les variétés qui répondent à la seconde position des plans entre lesquels la courbe d'intersection est comprise, et qui résultent de ce que les deux lignes soit fermées soit infinies qui composent l'intersection générale, se réduisent en une seule ligne, ce qui présente trois nouveaux cas, et en résumant, on a pour les courbes du quatrième degré les neuf espèces suivantes :

I. Deux lignes, chacune de deux branches infinies, qui ont quatre asymptotes linéaires.

II. Deux lignes, l'une à deux branches infinies avec asymptotes, l'autre à une seule branche infinie, sans asymptote.

III. Deux lignes dont chacune à une seule branche infinie, qui n'a pas d'asymptote.

IV. Une branche fermée, et une ligne à deux branches infinies qui ont deux asymptotes.

V. Une branche fermée et une ligne à une branche infinie sans asymptote.

VI. Deux branches fermées.

VII. Une ligne à deux branches infinies, ayant deux asymptotes.

VIII. Une ligne à une seule branche infinie, qui n'a pas d'asymptote.

IX. Une branche fermée.

Il y a un dernier cas à examiner, c'est celui où la surface des deux cônes donnés passe par le sommet de l'autre, alors ce sommet est un des points de la courbe d'intersection, et dans la projection de cette courbe, il tient lieu d'une branche. Cet exemple fait voir en géométrie l'origine d'un point *isolé*, pour lequel l'équation d'une courbe est satisfaite.

Cette discussion de l'intersection de deux surfaces du second degré pourra servir à distinguer dans la construction de l'épure, la forme générale des courbes qu'on doit obtenir, et cette première recherche est extrêmement utile, car lorsqu'elle ne sert pas de guide aux commençans, ou ils prennent des données trop particulières par la position des bases et des sommets des cônes, ou ils ne résolvent pas complètement le problème.

Si les deux cônes ont une arête commune, l'équation de la projection de cette droite appartiendra à l'équation de la projection totale, qui s'abaissera par conséquent d'un degré et deviendra du troisième degré ; nous examinerons dans un autre article les courbes de ce degré, en les considérant comme un cas particulier des courbes du quatrième degré.

Problême de géométrie à résoudre.

Construire avec la ligne droite et le cercle, l'intersection d'une droite donnée, et de la surface engendrée par une droite mobile qui s'appuie sur trois autres droites fixes. (MM. Duleau et Petit, élèves, ont résolu ce problême pour le cas où cette surface devient un hyperboloïde de révolution.) H. C.

§. III. CONSEIL DE PERFECTIONNEMENT.

La huitième session du Conseil de perfectionnement a été ouverte le 23 octobre 1807, et a été terminée le

LISTE DES MEMBRES DU CONSEIL.

Gouverneur de l'École, Président.

M. Lacuée.

Examinateurs pour l'admission dans les services publics; membres désignés par la loi.

MM. Bossut, Legendre, Vauquelin, Malus.

Membres de l'Institut national, pris selon la loi, dans la classe des sciences mathématiques et physiques.

MM. Lagrange, Laplace, Berthollet.

Désignés par S. E. le Ministre de la guerre.

MM. Villantroys, officier supérieur d'artillerie; Terrasson, officier supérieur du génie; Bonne, colonel-ingénieur-géographe, chef du bureau topographique de la carte de Bavière.

Désignés par S. E. le Ministre de la marine.

MM. Sugny, inspecteur-général de l'artillerie de la marine; Sané, inspecteur général du génie maritime.

Désignés par S. E. le Ministre de l'intérieur.

MM. Prony, inspecteur-général des ponts et chaussées; Lelièvre, membre du conseil des mines.

Directeur des études de l'École Impériale Polytechnique.

M. Vernon.

Commissaires choisis par le conseil d'instruction de l'École, parmi ses membres.

MM. Monge, Guyton, Sganzin, Andrieux.

Quartier-maître de l'Ecole Impériale Polytechnique, Secrétaire.

M. Marielle.

M. Sganzin a publié l'année 1806 (*Voyez* la Correspondance, pag. 199) les programmes de ses leçons sur l'art de l'ingénieur des ponts et chaussées; le conseil de perfectionnement, dans sa session de 1806, a donné à cette partie de l'enseignement un objet moins spécial, et a décidé que le cours de géométrie descriptive appliquée à l'art de l'ingénieur des ponts et chaussées se nommeroit *cours de constructions*. M. Sganzin, en se conformant à cet arrêté, vient de publier une suite à ses programmes, sous le titre d'*Appendice*, contenant les résumés des dix premières leçons du nouveau cours de constructions. 1 vol. in-4°., *petit caractère*, de 64 pag. Cet ouvrage traite principalement des matériaux employés dans les constructions, des cimens et de la maçonnerie.

Conformément à l'arrêté du Conseil de perfectionnement, la seconde année d'étude des élèves de l'Ecole Polytechnique, a commencé le 24 octobre 1807 par le cours sur les machines; la plupart des épures servant à ce cours sont gravées; le précis des leçons du professeur (M. Hachette) paroîtra dans le courant de cette année, en même tems que le travail de MM. Lantz et Betancourt sur les élémens des machines.

§. IV. PERSONNEL.

M. Arago a été nommé secrétaire de l'Observatoire, le 25 janvier 1805. Il a été nommé adjoint au Bureau des longitudes le 15 juillet 1807, et sa nomination a été confirmée par S. M. l'Empereur le 29 août dernier.

L'Ecole Polytechnique ne forme pas seulement des professeurs pour les sciences physiques et mathématiques; deux anciens élèves MM. Chézy et Sédillot, en l'absence de MM. Langlès et Jaubert professent à l'Ecole spéciale des langues orientales, le premier le Persan, et le second le Turc; M. Sédillot est secrétaire de cette Ecole.

NOMINATION A DES PLACES VACANTES.

M. le Gouverneur a nommé adjoints aux répétiteurs d'analyse MM. Lefebvre (Etienne-Louis), Binet (Jacques-Philippe-Marie), anciens élèves.

Des raisons de santé empêchant M. Labey de faire cette année le cours d'analyse de la première division, il est suppléé dans ses fonctions par M. Ampère, répétiteur d'analyse.

M. Lancret, que nous avons cité dans cette Correspondance, comme auteur de plusieurs mémoires de géométrie, qui avait rempli avec la plus haute distinction une place de chef d'étude, tandis qu'il étoit encore élève de l'Ecole Polytechnique, a terminé sa carrière, à peine commencée, le 17 décembre 1807; il étoit né à Paris le 15 décembre 1774. Entré à l'Ecole le 1er. frimaire an 3, il a passé à l'Ecole des ponts et chaussées en nivose an 6; il fut nommé membre de cette célèbre commission des sciences et arts qui a été organisée à Paris au mois de germinal an 6, pour accompagner l'armée française en Orient. Le gouvernement ayant ordonné, en pluviose an 10, la formation d'un ouvrage sur l'Egypte, le ministre de l'intérieur nomma une commission spéciale chargée de diriger l'exécution de cet ouvrage, et la composa de MM. Monge, Berthollet, Fourier, Conté, Costaz, Girard, Desgenettes et *Lancret*; M. Conté étoit commissaire du ministre, et M. Lancret secrétaire de la commission; en décembre 1805, M. Conté mourut et fut remplacé par M. Lancret; les fonctions de secrétaire furent confiées à M. Jomard, ancien élève, ingénieur des ponts et chaussées, l'ami particulier de M. Lancret; à ce titre, M. Jomard se propose de consacrer quelques pages du grand ouvrage sur l'Egypte à la mémoire du savant et vertueux Lancret; il publiera la part qu'il a prise à cet ouvrage, ainsi que ses mémoires particuliers; ce tribut d'éloges payé à celui qui jeune encore, se distinguoit et comme artiste et comme savant, le fera pleurer de ceux même à qui ses qualités personnelles n'étoient pas connues. H. C.

M. Arbogast, nommé instituteur d'analyse de l'Ecole Polytechnique à l'époque de sa création, (voyez la Correspondance, page 333) est mort à Strasbourg le 8 avril 1803; il étoit né à Mutzig, département du Bas-Rhin, le 4 octobre 1759; il se livra d'abord à l'étude du droit, mais entraîné par son goût pour les mathématiques, il sollicita et obtint en 1783 la chaire de géométrie au collège de Colmar; en 1789, il quitta cette place pour occuper celle de professeur de mathématiques à l'Ecole d'artillerie de Strasbourg; pendant la révolution, l'administration départementale le nomma recteur du collège catholique de cette ville; son zèle à remplir

les fonctions de recteur lui mérita les suffrages du corps électoral du Bas-Rhin, qui le nomma député à la convention nationale; il étoit membre du comité d'instruction publique lorsqu'il fut nommé professeur d'analyse à l'Ecole Polytechnique; un an après, (en ventose an 4) il fut associé à l'Institut national, il quitta Paris à l'époque de la création des Ecoles centrales, pour retourner à Strasbourg, où l'on établit une de ces écoles; il continua à y enseigner les mathématiques, jusqu'à l'époque de sa mort prématurée; il n'étoit pas marié, et il a laissé à ses héritiers une fortune assez considérable.

Son principal ouvrage est le *Calcul des dérivations*, qu'il a publié en 1800, (un vol. in-4°. de 400 pages, imprimé à Strasbourg); il a laissé plusieurs manuscrits à son ami M. François, professeur de l'Ecole d'artillerie de La Fère, qui a eu la bonté de m'envoyer des notes sur les travaux de ce géomètre. H. C.

EXAMINATEURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Pour le Concours de 1807.

Paris, ... M. FRANCŒUR.

Tournée du Sud-ouest, ... M. MONGE (Louis).

Tournée du Nord-ouest, ... M. LÉVÊQUE.

Tournée du Sud-est, ... M. DINET.

Les examens ont eté ouverts le 15 août 1807, et les cours pour la 2e. division, formée par la nouvelle promotion, ont commencé le 9 novembre.

LISTE, PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE,

Des élèves admis à l'Ecole Impériale Polytechnique, suivant la déclaration du Jury, du 6 octobre 1807.

NOMS.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENS.
Abbate.	Dominique.	Peveragno.	Stura.
Aurioust, *dit* Beaujour.	Louis-Sim.-Marie.	Vineuil.	Loir-et-Cher.
Baillot.	Jules-Réné.	Dijon.	Côte-d'Or.
Basselier.	Dieudonné-Charl.	Chaudun.	Aisne.
Baulu.	Anne-Charles-Sigismond-Aug^{te}.	Orléans.	Loiret.
Bauyn.	Ant.-Louis-René-Prosper.	Jallais.	Maine-et-Loire.
Beck.	Cornélis.	Harlem (Hollande).	(1)
Beck.	Minard.	Amsterdam (Hollande).	(1)
Bergere.	Jean-Baptiste.	Auxonne.	Côte-d'Or.
Berjaud.	Joseph-François-Victorin.	Paris.	Seine.
Beurnier.	Ch.-David-Louis-Eberhard.	Montbelliard.	Haut-Rhin.
Billoin.	Dominiq.-Michel.	Longjumeau.	Seine-et-Oise.
Bourguignon *dit* Duleau.	Alphonse-Jean-Claude.	Paris.	Seine.
Bousson.	Charles-Marie.	Pontarlier.	Doubs.
Bouteiller.	Louis-Marie.	Nantes.	Loire-Infér^{re}.
Brière-Mondétour.	Etienne-Jean-Sim.	Saint-Chéron.	Seine-et-Oise.

(1) Ces deux élèves, Hollandais de naissance, ont été admis à la suite du concours, en vertu d'une décision particulière de S. M. l'Empereur.

NOMS.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENS.
Buisson.	Antoine.	Saint-Jorry-de-Chaleix.	Dordogne.
Burdin.	Claude.	Lepin.	Mont-Blanc.
Cartier.	Félix.	Chambon.	Creuse.
Castel.	Alexre.-Marie-Fr.	Saint-Servant.	Morbihan.
Casterat.	Pierre.	Bordeaux.	Gironde.
Chanot.	François.	Mirecourt.	Vosges.
Chonet-Bollemont.	Alexandre.	Arrancy.	Meuse.
Clerici.	Charles-Joseph-Pierre.	Dogliani.	Montenotte.
Colliot de la Hattays.	August.-Mathur.-Marie-Jean.	Piré.	Ille-et-Villaine.
Courand.	Louis-Jean.	Lorient.	Morbihan.
Dalençon.	Franç.-Hyacinthe-Sabin.	Mirecourt.	Vosges.
Darcel.	Alphonse-Jacq.-Marie.	Paris.	Seine.
Daridan.	Louis-Juste.	Onzain.	Loir-et-Cher.
David-Saint-George.	Alphonse-Alexis-Jean-Baptiste.	Saint-Claude.	Jura.
Debooz.	Jacques.	Servaville.	Seine-Infére.
Delon.	Alexandre-Louis-Mathias.	Paris.	Seine.
Deprez-de-Crassier.	Louis-Marie-Philibert.	Divonne.	Léman.
Deroys-Saint-Michel.	Jérôme-Joseph.	Montpellier.	Hérault.
Desjardins-Gérauvillier.	Paul-Jos.-Eléonor.	Mantoche.	Haute-Saône.
Devallée.	Pierre.	Lamothe-Ste.-Héraye.	Deux-Sèvres.
Devillers.	Ant.-Jean-Marie.	Paris.	Seine.
Dinet.	Jean-Baptiste.	Rheims.	Marne.
Divory.	Jean-Louis.	Verdun.	Meuse.
Doisy-Villargennes.	Robert-Edouard-Antoine.	Paris.	Seine.

NOMS.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENS.
Donat.	Jean-François.	Perpignan.	Pyrénées-Or[les].
Douzon.	Jean.	Villeneuve-sur-Lot.	Lot-et-Garon[ne].
Druet - Desvaux.	Edme-Louis-Fr.	Alençon.	Orne.
Dubosc.	Adolphe - Yves - Th.-Emilien.	Saint-Gervais.	Hérault.
Ducos-Lahitte	Jean-Ernest.	Bessières.	Haute-Garonne.
Dufour.	Guillaume-Henri.	Constance (Suisse).	
Dumonteil.	Jean.	Grand-Brassac.	Dordogne.
Dumotet.	Henri-Hyacinthe-Jules-Théodose.	Dracy.	Yonne.
Dutertre.	Pierre.	Saint-Pater.	Sarthe.
Esperonnier.	Franç.-Dominiq.-Vict.-Edouard.	Narbonne.	Aude.
Fayon.	Jean-Ferdinand.	Falaise.	Calvados.
Foulard.	Pierre-Jacques.	Courcebœufs.	Sarthe.
Fresnel.	Léonore-François.	Mathieu.	Calvados.
Gallez.	Jean-Bapt.-Thom.	Metz.	Moselle.
Gauthier.	Pierre-Georges.	Buthier.	Haute-Saône.
Gay de Vernon	Antoine-Charles-Joseph-Henry.	St.-Léonard.	Haute-Vienne.
Gellibert.	Nicolas-Prosper.	Ronsenac.	Charente.
Gentil, *dit* Maurin.	Joseph-Henri.	Chambéry.	Mont-Blanc.
Geoffroi - Durouret.	Adolphe.	Grasse.	Var.
Georges.	Jos.-Valsin-Jean.	Basse-Terre.	Guadeloupe.
Gérard.	Auguste-Ferdin.-Christ.-Michel.	Strasbourg.	Bas-Rhin.
Gilart - Larchantel.	Athanase-Franç.-Esprit.	Quimper.	Finistère.
Gilbert.	J.-Ch.-Nic.-Félix.	Rennes.	Ille-et-Villaine.
Gouvello.	Arthur-Augustin.	Paris.	Seine.
Harel.	Marie-Pierre.	Rouen.	Seine-Infér[re].
Hecquet.	Ant.-Ch.-Félix.	Paris.	Seine.

NOMS.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENS.
Hervé.	Amand-Constant-Marie-Fidèle-Charles.	Strasbourg.	Bas-Rhin.
Juhel.	Joseph-Nicéphas.	Loches.	Indre-et-Loire.
Kermel.	Charles-Olivier-Marie.	Guingamp.	Côtes-du-Nord.
Labatie.	Antide-Gabriel-Marguerite.	Talissieu.	Ain.
Labiche.	Nicolas.	Port-au-Prince	St.-Domingue.
Lacheze.	Pierre-Joseph-Jul.	Martel.	Lot.
Lacordaire.	Jean-Aug.-Philib.-Alexandre.	Bussières-lès-Belmont.	Haute-Marne.
Lacoste.	Marie-Jos.-Maur.	Pont-à-Mousson	Meurthe.
Laimant.	Amédée.	Versailles.	Seine-et-Oise.
Lallement.	Eusèbe.	Nancy.	Meurthe.
Lapéne.	Blaise-Jean-Franç-Edouard.	St.-Gaudens.	Haute-Garonne.
Lassus, dit Marcilly.	François-Anne-Nicolas.	Saint-Genies.	*Idem.*
Laurencin.	Jacques-Louis-Fr.	Narbonne.	Aude.
Leblanc.	Pierre-Frédéric.	Auxerre.	Yonne.
Lebourg.	Joseph-Hyppolite.	Lavau.	Loire-Inférc.
Lecorbeiller.	Martin-Auguste-Marie.	Paris.	Seine.
Ledenmat-Kervern.	Fortuné-Marie.	Morlaix.	Finistère.
Lefebure de Cerisy.	Louis-Charles.	Abbeville.	Somme.
Lefranc.	Claude-François.	Montmirey-la-Ville.	Jura.
Legrand.	Pierre-Ber.-Louis.	Nuits,	Côte-d'Or.
Leguay-Delavigne.	Jacques Alexand.	Rouen.	Seine-inférc.
Le Masson.	Louis-Ch.-Théod.	Versailles.	Seine-et-Oise.
Le Rouge.	Félix.	Troyes.	Aube.
Lesterpt.	Ch.-Fr.-Pierre.	Le Dorat.	Haute-Vienne.
Leudet.	Jean-Bapt.-Ch.	Pontaudemer.	Eure.

NOMS.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENS.
Levavasseur.	Porphire.	Argentan.	Orne.
Lévie.	Ange-Toussaint.	Ajaccio.	Liamone.
Lévy.	Feistel.	Mutzig.	Bas-Rhin.
Lombard de Ginibral.	L.-Henry-Alex.	Montauban.	Lot.
Maguin.	Claude-Joseph.	Pont-à-Mousson	Meurthe.
Mardochée.	Elie-Jacob.	Paris.	Seine.
Mardochée.	Elie-Lazare.	Paris.	*Idem.*
Massillon.	Joseph-Jean-Bap.-Olbius.	Hyères.	Var.
Massu.	Jean-Germain.	Nevers.	Nièvre.
Mazaudier.	Joseph-Antoine-César.	Alais.	Gard.
Mermier.	Ennemond.	Lyon.	Rhône.
Michaux.	Auguste-Denis.	Paris.	Seine.
Michel.	Jules.	Caen.	Calvados.
Michel.	Jean.	Montpellier.	Hérault.
Monmartin.	Antonin-Gasp.-Barthelemy.	Cailloux-sur-Fontaines.	Rhône.
Montalant.	François.	Meaux.	Seine-et-Marne.
Montmasson.	André.	Evian.	Léman.
Moréal.	Denis-Ch.-Hypp.	Dôle.	Jura.
Moret.	Jean-Louis.	Versailles.	Seine-et-Oise.
Moyne.	Jean-Pierre-Henr.	Libourne.	Gironde.
Nantil.	Noël.	Pont-à-Mousson	Meurthe.
Nicolas.	Marc-Joseph.	Thiaucourt.	*Idem.*
Panichot.	Nicolas-Alexand.-Zéphirin.	Neufchâteau.	Vosges.
Pasquier.	Jean-Math.-Gabr.	Paris.	Seine.
Perrin.	Pierre.	Châlons-sur-Saône.	Saône-et-Loire.
Petit.	Alexis-Thérèse.	Vesoul.	Haute-Saône.
Pichard.	Gabr.-Marc-Adr.	Lausanne.	(Suisse.) (1)

(1) Suisse de naissance, admis en vertu de la capitulation entre la France et la Suisse.

NOMS.	PRÉNOMS.	LIEUX DE NAISSANCE.	DÉPARTEMENS.
Piron.	Jean-Adrien.	Paris.	Seine.
Plivard.	Jean-Baptiste.	Langres.	Haute-Marne.
Poncelet.	Jean-Victor.	Metz.	Moselle.
Porlodec-Lanvarzin.	Jacq.-Fr.-Joseph-Corentin.	Pont-Croix.	Finistère.
Poulain.	Ferdin.-Mathias.	Paris.	Seine.
Poulle.	Jean-Fr.-August.	Montauroux.	Var.
Prou.	Louis-Mar.-Fanf.	Lefondchevallier.	St.-Domingue.
Raige.	Lazare-Jérôme.	Montargis.	Loiret.
Ramadou.	Pierre-Marcellin.	Lasouffrière.	Saint-Doming.
Rosselin.	Florentin-Isidore.	Anneville.	Manche.
Roussot.	Antoine-Gustave.	Auxonne.	Côte-d'Or.
Salomon.	Cahen.	Metz.	Moselle.
Saussine.	Jean-Joseph.	Narbonne.	Aude.
Savary.	André-Daniel.	Nuaillé.	Charente-Infér.
Sénéchal.	Jean Nicolas.	Honfleur.	Calvados.
Simonot-Vertenay.	Pierre-Charles.	Clamecy.	Nièvre.
Souhait.	Charles-Pierre.	Saint-Dié.	Vosges.
Soulié.	Pierre-François-Gaspard.	Villefranche.	Aveyron.
Stucker.	Jean.	Mayence.	Mont-Tonnerre
Vaillant.	J.-B.-Philibert.	Dijon.	Côte-d'Or.
Varin de Beautot.	Aimable.Louis.	Lisors.	Eure.
Victor.	Augustin.	Paris.	Seine.
Vimal-Teyras.	Annet-Charles.	Ambert.	Puy-de-Dôme.
Vinard.	Frédéric-Michel.	Courtezon.	Vaucluse.
Vongoefft.	Jean-Joseph.	Domevre.	Meurthe.
Zeni.	Etienne-Henri.	Paris.	Seine.

ADMISSION DANS LES SERVICES PUBLICS.

Le jury présidé par M. le Gouverneur, et composé des deux examinateurs permanens, MM. Legendre et Bossut, et des examinateurs temporaires, MM. Vauquelin et Malus, a arrêté le 17 octobre 1807, les listes suivantes, par ordre de mérite; savoir:

Artillerie de terre. — MM. Henry, Lesueur, Mauroy-de-Merville, Delaplace, Delabigne, Barbier E. F. Bredif (jeune), Molin, Duquesnoy, Lyautey, Mainville, Mégret-Sérilly, Caussade, Poupion, Loysel, Caffort, Cornuel, Aubertin, Brescon, Sigogne, Crozet, Jeannest-Lanoue, Audéoud, Alexandre-Garlan, Guyardin, Demailler, Delorme, Lecardinal-Kernier L. R., Laman, Raffard-de-Marcilly, Voisin, Dieu, Zeis, Robert A. A., Robert C., Tonnet, Mairet, Delagrange, Even, Rivière, Stultz, Laloux, Anselin, Goursaud-Laumond dit Boischevet, Destouches, Guibert, Nault, Debroca, Damoiseau, Poupart. . . . . 50.

Artillerie de mer. — Bonnetat, Bidard, Boistard, Maignal, Vallantin, Lefrançois, Boucher F. E., Bruys, Roche, Giraud J. B. S., Mathieu, Coster, Vimont. . . . . 13.

Génie militaire. — Bellonnet, Hudry, Barbolain, Dhardivilliers, Provisier, Honoré, Breistroff, Meullin J. B. C., Valessie, Lamezan, Hanin, Dombre, Chancel-Lagrange, Ordinaire, Morvan, Bizos, Jacquand, Jaubert, Viard E. A. H., Revol, Guillemain, Lebel, Marry, Berthois A. M., Barbier J. M. . . . . 25.

Ponts-et-Chaussées. — Cauchy, Girault J. P., Potier, Debehr, Leroy J. L. E., Emmery, Silguy, Bridenne, Maugé, Bétourné J. P. J., Melville, Loyer, François, Commier, Letexier, Corne, Maulbon. . . . . 17.

Mines. — Tisserand, Bredif (ainé), Allou, Grandin H. P. F. 4.

Admis dans les troupes de ligne en qualité de sous-lieutenans.

MM. Conté, Dornier, Fouju, Langlois, Laurent, Pérès, Piéverd, Prétet, Raymond, Royou, Vigier . . . . . 11.

Appelés à des fonctions publiques.

M. Arago, adjoint au bureau des longitudes. . . . . 1.

Démissionnaires.

MM. Bouscasse, Clément-Desnos, Compère, Dargent, Gilles, Maucler, Moreau. . . . . 7.

N'ont pas rejoint.

MM. Chapuy, Périsse, Philippi, Stael, Toussaint. . . . . 5.

Morts.

MM. Lafont, Rolland . . . . . 2.

Etat de situation des Elèves de l'Ecole Impériale Polytechnique, à l'époque du 10 novembre 1807; et résultat des examens du jury de passage de la seconde division dans la première et d'admission dans les services publics, et du jury d'admission à l'Ecole Impériale Polytechnique.

L'Ecole étoit composée, le 20 novembre 1806, de 307 Elèves;

SAVOIR;

Première division	119	} . . .	307 Elèves.
Seconde division.	188		
Elle a perdu dans le cours de l'année :			
Morts { première division.			1
{ seconde division			1
Démissionnaires { première division			3
{ seconde division.			9
Passés sous-lieutenans dans la ligne			11
L'Ecole restoit composée, le 17 octobre 1807, de. .			282

Elèves admis dans les services publics, d'après la déclaration du jury.

Artillerie de terre	50
Génie militaire.	25
Ponts et Chaussées	17
Mines.	4
Artillerie de marine.	13
Adjoint au bureau des longitudes.	1
TOTAL	110

Le nombre des Elèves restant est de 172;

SAVOIR:

Première division	5	172 Elèves
Seconde division	167	

Le jury a jugé que, sur les 167 Elèves qui composoient la seconde division, 129 étoient susceptibles de passer à la première, et 38 devoient faire une seconde année dans cette division : il en est résulté que la nouvelle première division, en comprenant les 5 anciens, se trouvera de 134 Elèves.

Ajoutant aux 172 Elèves qui restent à l'École, les 144 qui ont été admis au concours de cette année. 144

L'École se trouvera composée, au 10 novembre prochain, de 316 Élèves.

SAVOIR:

Première division.	134	316
Seconde division	182	

Résultat total des sorties de l'année.

Infanterie de ligne et infanterie légère	11
Artillerie de terre	50
Génie militaire.	25
Ponts et Chaussées	17
Artillerie de marine.	13
Mines.	4
Constructions maritimes	»
Ingénieurs-géographes	»
Adjoint au bureau des longitudes	1
Morts.	2
Démissionnaires.	12
TOTAL	135

CONCOURS DE 1807.

Le Jury d'admission de l'Ecole Impériale Polytechnique a prononcé, le 6 octobre, sur les candidats qui se sont présentés au concours de cette année.

313 candidats avoient été examinés, tant à Paris que dans les départemens; 219 ont été déclarés admissibles pour les sciences mathématiques. Mais comme quelques-uns d'entre eux ne réunissoient pas les autres connoissances déclarées également obligatoires par le programme, le Jury a décidé que ces candidats, au nombre de 75, ne concourroient pas; savoir: 14 trop peu instruits dans le dessin; 6 dans la langue latine; 2 dans la langue française.

Le nombre des candidats admis a été de 144.

Nombre des candidats examinés en 1807		313
SAVOIR:		
A Paris	128	313
Dans les départemens	185	
Nombre des candidats admis en 1807		144
SAVOIR:		
A Paris	58	144
Dans les départemens	86	
Nombre d'Elèves admis jusqu'au 20 novembre 1806 . . .		1836
Nombre total des Élèves admis à l'École depuis son établissement		1980

§ V. ACTE DU GOUVERNEMENT.

Par décret du 5 novembre 1807, S. M. a accordé à M. Lacuée, conseiller d'état, président de section, etc., le titre de *Ministre d'état*; et par décret du 23 décembre, l'a nommé chevalier de l'ordre de la Couronne de fer.

Fautes à corriger dans les N°s. VIII et IX.

Page 275, ligne 4, *au lieu de* proportionnels aux côtés, *lisez*: proportionnels aux sinus des côtés.

Idem, ligne 23, *même correction.*

Page 281, ligne dernière, *au lieu de* cos φ, *lisez*: cot. φ.

Page 287, ligne 18, *au lieu de* ζ, *lisez*: ε.

Page 373, ligne dernière, avant *anciens élèves*, *ajoutez*: Boucharlat (Jean-Louis).

EXPLICATION

De la planche jointe au numéro IX.

Fig. 1. Mémoire de M. François, sur la transformation des co
données.

Fig. 2. Article de M. Roche sur les courbes du second degré

Fig. 3, 4, 5. Démonstration du parallélogramme des forces.

Fig. 6. Article de M. Hachette, sur la perspective.

Fig. 7. Cette figure représente l'appareil dont M. Malus s'est se
pour déterminer les angles qu'il a désignés dans son mémo
par la lettre *b* ; elle comprend quatre figures (*a*), (*b*), (*c*), (*d*) :
figure (*a*) est le plan de l'appareil, la figure (*b*) en est l'élévati
la figure (*c*) le profil, la fig. (*d*) est la portion *AB* de la fig.
représentée sur une plus grande échelle.

L'appareil est composé d'une plaque de verre bien dressé
fixée sur une plaque de cuivre horisontale ; sur l'extrémité de
plaque de cuivre, s'élève une tige verticale aussi en cuivre, rep
sentée fig. (*a*) par *C*, et fig. (*b*) par *EF* ; on fait glisser sur ce
tige divisée en millimètres, une règle horisontale marquée *D*
fig. (*a*), *G* fig. (*b*), *HI* fig. (*c*) ; un nonius placé sur la règle compre
neuf millimètres divisés en dix parties, en sorte que la différen
d'une division de l'échelle à une division du nonius est un déc
millimètre.

Ayant placé un prisme *P* fig. (*a*), *P'* fig. (*b*), qui dépasse en
fig. (*a*) la plaque de verre ; on met sous cette partie *R* du pris
l'objet dont on veut mesurer le pouvoir refringent ; la distance *R*
fig. (*a*) de l'objet à l'arête extrême de la règle horisontale,
connue par la division tracée sur la plaque de verre ou la plaq
de cuivre ; enfin on élève la règle horisontale, jusqu'à ce que le rayo
de lumière horisontal qui arrive au point *R*, se réfléchisse suiva
un rayon tel que *P'G* fig. (*b*) ; la hauteur *GE* connue à un déc
millimètre près est la tangente de l'angle *EP'G*, que M. Malus
désigné dans son Mémoire par la lettre *b*.

Une vis *I* (fig. *d*) sert à donner de petits mouvemens au noniu

TABLE DES MATIÈRES.

(1) *De la ligne droite et du plan, rapportés à des coordonnées obliques*, par M. François, ancien élève, officier du génie, p. 337.

(2) *Solution de ce problême « étant donnée une pyramide triangu-« laire, on propose de la couper par un plan en deux parties « équivalentes en volume, de telle manière que l'aire de la sec-« tion plane qui sépare les deux parties, soit un* minimum, » par MM. François, Ensheim (de Metz), et Billy, professeur à l'Ecole militaire de Fontainebleau.

(3) *Des courbes du second degré*, par M. Roche, ancien élève, officier d'artillerie de mer.

(4) *Sur le moyen de reconnoître si une courbe est plane ou à double courbure*, par M. Dubois, ancien élève, ingénieur des ponts et chaussées.

(5) *Démonstration analytique du parallélogramme des forces donnée* par M. Poisson, et rédigée par M. Petit, élève.

(6) PERSPECTIVE *des images vues par réflexion sur des miroirs à surfaces courbes. — Sur les propriétés des projections stéréographiques*, par M. Hachette.

(7) ANALYSE APPLIQUÉE A LA PHYSIQUE. *Mémoire sur la théorie du son*, par M. Poisson. — *Mémoire sur la théorie de la lumière*, par M. Malus, (extrait par M. Hachette.)

(8) GÉOMÉTRIE. *des courbes du 4e. degré, considerées comme les projections de la courbe d'intersection de deux surfaces coniques du second degré*, par M. Hachette.

(9) *Problême de géométrie.*

(10) *Conseil de perfectionnement de l'Ecole Polytechnique; annonce des ouvrages des professeurs de cette école.*

(11) PERSONNEL. *Nomination à des places. — Nécrologie, sur* MM. Lancret et Arbogast. — *Liste des élèves admis à l'Ecole polytechnique en octobre* 1807. — *Liste des élèves admis dans les services publics en* 1807.

(12) *Acte du gouvernement.*

(13) *Explication de la planche du numéro IX*, pag. 386.

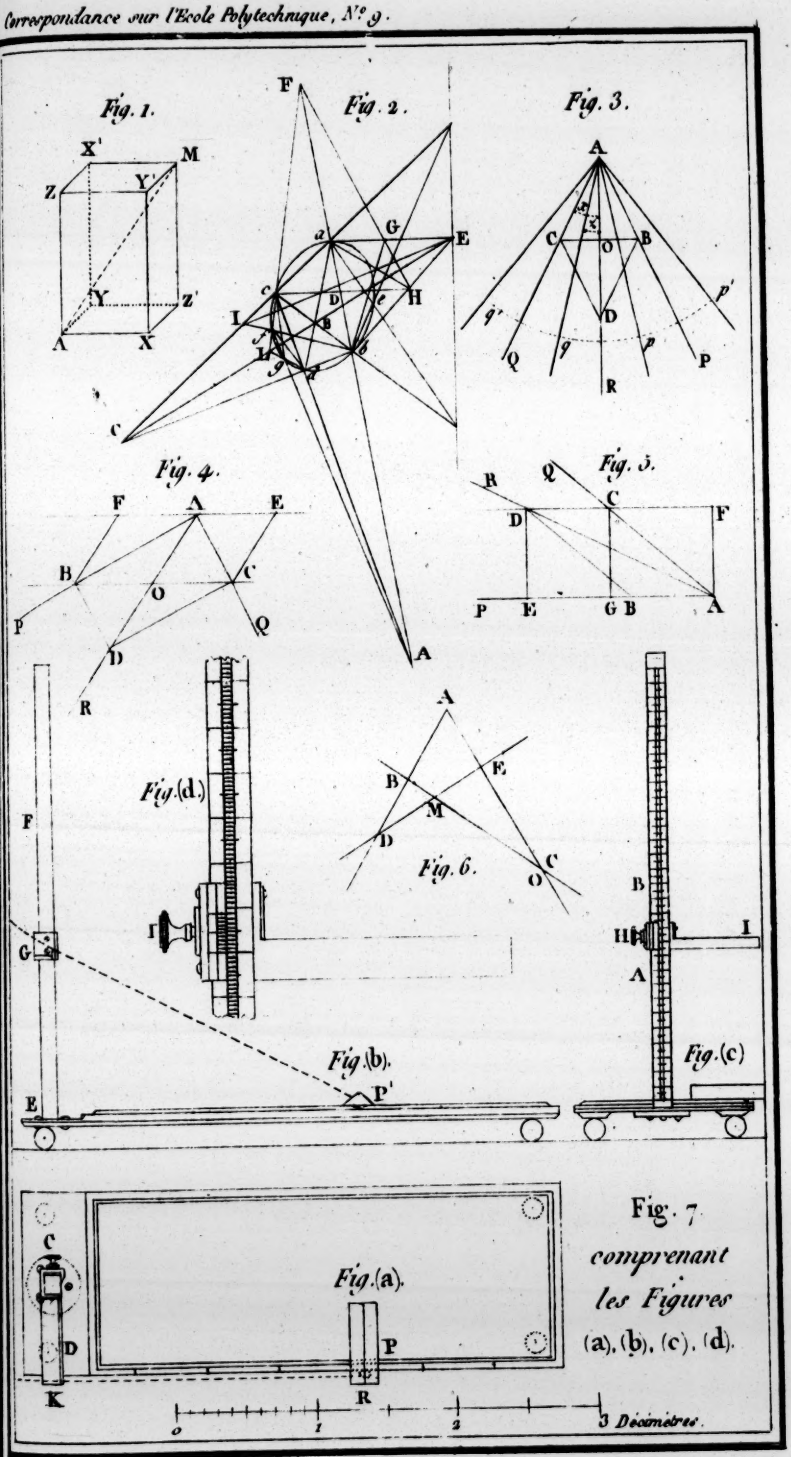

Fig. 7 comprenant les Figures (a), (b), (c), (d).